



COPPE/UFRJ

VALIDAÇÃO TEÓRICA DE UMA MODELAGEM PARA ESCOAMENTO
BIFÁSICO EM GASODUTOS, COM DUAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO
PARA CADA FASE

Aline Barbosa Figueiredo

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Gustavo César Rachid Bodstein

Rio de Janeiro

Maio de 2010

VALIDAÇÃO TEÓRICA DE UMA MODELAGEM PARA ESCOAMENTO
BIFÁSICO EM GASODUTOS, COM DUAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO
PARA CADA FASE

Aline Barbosa Figueiredo

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Gustavo César Rachid Bodstein, Ph.D.

Prof. Átila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.

Prof. Felipe Bastos de Freitas Rachid, DSc..

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2010

Figueiredo, Aline Barbosa

Validação Teórica de uma Modelagem para Escoamento Bifásico em Gasodutos, com duas Equações de Conservação para cada Fase/ Aline Barbosa Figueiredo. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XV, 85 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Gustavo César Rachid Bodstein

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2010.

Referencias Bibliográficas: p. 78-85.

1. Escoamento bifásico. 2. Padrões de escoamentos. 3. Modelos específicos. I. Bodstein, Gustavo César Rachid. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Dedico este trabalho aos
meus avós paternos e maternos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço o meu orientador, Professor Gustavo César Rachid Bodstein por apoiar este trabalho e pela oportunidade de desenvolvê-lo. Agradeço também ao colega Renan Martins Baptista pela dedicação e auxílio no desenvolvimento deste trabalho, colaborando com uso do software comercial OLGA e do software FORTRAN. Assim, não posso deixar de agradecer a empresa Scandpower que proporcionou acesso ao Simulador OLGA através de licenças acadêmicas, a CAPES por me fornecer uma bolsa de estudo para o mestrado, e a Petrobras pelo apoio científico proporcionado pelo uso do simulador EMAPS, através do projeto que proporcionou acesso ao código e forneceu uma bolsa de estudos para o mestrado. Sou grata ao Professor Átila Pantaleão da Silva Freire e ao Professor Felipe Bastos de Freitas Rachid, membros da banca examinadora. Aos funcionários e professores da COPPE/UFRJ. Finalmente, quero agradecer aos meus amigos e à minha família, em especial minha mãe, meu pai e meu marido que sempre me apoiaram.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

VALIDAÇÃO TEÓRICA DE UMA MODELAGEM PARA ESCOAMENTO
BIFÁSICO EM GASODUTOS, COM DUAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO
PARA CADA FASE

Aline Barbosa Figueiredo

Maio/2010

Orientador: Gustavo César Rachid Bodstein

Programa: Engenharia Mecânica

Os projetos de gasodutos que escoam a produção de campos *offshore* na costa brasileira pressupõem escoamento bifásico de fase predominantemente gás. Para que sua operação seja monitorada em tempo real, há a necessidade de se desenvolver um núcleo numérico capaz de calcular o escoamento num tempo tal que se consiga tirar proveito de dados adquiridos no campo. Para tanto, o simulador acadêmico de escoamento EMAPS, baseado no modelo de Dois Fluidos, bem como o simulador comercial OLGA, também baseado no modelo de Dois Fluidos, são empregados para simular dois casos: (i) um caso com gasoduto plano; (ii) e um caso com gasoduto inclinado. O objetivo final é comparar a acurácia dos resultados, o desempenho dos métodos numéricos e os tempos de CPU das simulações realizadas com o EMAPS em relação aos resultados obtidos com o OLGA, utilizado como referência. Em particular, os tempos de CPU obtidos com o EMAPS mostram-se muito inferiores ao tempo físico do escoamento, o qual caracteriza uma taxa de varredura típica de gasodutos para a aquisição de dados em tempo real. As simulações são realizadas tanto para regime permanente quanto transiente. A mistura ar-água é utilizada para validar os resultados, e a mistura gás-óleo para obter resultados mais próximos ao da realidade de um gasoduto.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

THEORETICAL VALIDATION OF A MODELING OF TWO PHASE FLOW IN
GAS PIPELINES, WITH TWO EQUATION OF CONSERVATION FOR EACH
PHASE

Aline Barbosa Figueiredo

May/2010

Advisor: Gustavo César Rachid Bodstein

Department: Mechanical Engineering

The design of gas pipelines that transport natural gas from offshore fields in the Brazilian coast assumes the occurrence of two-phase flow, although the flow is predominantly gaseous. In order for the pipeline operation to be monitored in real time, there is a need for a numerical kernel that is able to predict this flow fast enough so that one may benefit from the acquired field data. This work uses an academic flow simulator called EMAPS, based on the Two-Fluid Model, as well as the commercial flow simulator OLGA, also based on the Two-Fluid Model, to calculate two cases: (i) a flat gas pipeline; (ii) and an inclined gas pipeline. The ultimate objective is to compare the accuracy of the results, the performance of the numerical methods and the CPU time obtained with EMAPS with respect to the results obtained with OLGA, taken as a reference. In particular, the CPU time obtained with EMAPS is shown to be less than the physical time of the flow, which characterizes a typical gas pipeline sweep rate for the data acquisition during the pipeline operation. The simulations are carried out for both steady and unsteady flows. An air-water mixture is employed to validate the results, and a gas-oil mixture is used to obtain more realistic results for a gas pipeline.

ÍNDICE

1	Capítulo 1 - Introdução	1
1.1	Histórico	1
1.2	Motivação e relevância do problema.....	2
1.3	Objetivos.....	3
2	Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica	4
2.1	Introdução.....	4
2.2	Padrões de escoamento	4
2.3	Modelagem matemática para escoamento bifásico	7
2.3.1	Modelo de Equilíbrio Homogêneo / Homogeneous Equilibrium Model (HEM)	7
2.3.2	Modelo Drift-Flux / Drift-Flux Model (DFM).....	9
2.3.3	Modelo de Dois Fluidos / Two-Fluid Model (TFM)	10
2.4	Trabalhos Nacionais em Escoamento Bifásico	11
3	Capítulo 3 - Formulação Matemática dos Modelos	12
3.1	Introdução.....	12
3.2	Transformação das Equações de Conservação	13
3.3	Modelos Específicos.....	15
3.4	Equações Genéricas de Conservação	15
3.4.1	Geometria do Duto e das Fases	16
3.4.2	Frações volumétricas para as Fases	16
3.4.3	Equação da Massa (Continuidade)	17
3.4.4	Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)	17
3.4.5	Equações de Fechamentos	18
3.5	Equações Constitutivas.....	19
3.5.1	Equações para os Termos de Pressão	19
3.5.2	Tensão Interfacial	22
3.5.3	Fator de Atrito Interfacial	26
3.5.4	Tensão Cisalhante na Parede	27
3.5.5	Fatores de Atrito na Parede	27
3.6	PFM-2 (“Pressure Free Model” – 2 Equações)	28
3.6.1	Introdução.....	28
3.6.2	Conceituação e Hipóteses Simplificadoras.....	29

3.6.3	Equação de Massa (Continuidade)	29
3.6.4	Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)	29
3.7	SPM-4 (“Single Pressure Model” – 4 Equações)	31
3.7.1	Introdução	31
3.7.2	Conceituação e Hipóteses Simplificadoras.....	31
3.7.3	Equação de Massa (Continuidade)	32
3.7.4	Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)	32
3.7.5	Termo para Correção de Pressão na Fase Líquida	32
3.8	Problemas de Valor de Contorno (PVC)	33
3.8.1	PFM-2 (“Pressure Free Model” – 2 Equações)	33
3.8.2	SPM-4 (“Single Pressure Model” – 4 Equações)	35
4	Capítulo 4 - Métodos Numéricos	37
4.1	Histórico	37
4.2	Formulação Geral das Equações.....	38
4.2.1	PFM-2.....	38
4.2.2	SPM-4.....	38
4.3	Métodos para sistemas conservativos.....	39
4.3.1	Lax-Friedrichs	40
4.3.2	Richtmyer	40
4.3.3	FORCE	41
4.3.4	FCT.....	41
4.3.5	Rusanov	42
4.3.6	TVD Lax-Friedrichs	43
4.4	Métodos para sistemas não conservativos	44
4.4.1	Esquema Minmod (Coquel et al., 1997).....	44
4.4.2	Esquema Central.....	45
4.5	Métodos para sistemas não conservativos	45
5	Capítulo 5 - Simulações Numéricas	47
5.1	Introdução.....	47
5.2	Código EMAPS	47
5.2.1	O Que é o Código EMAPS.....	47
5.2.2	Como o EMAPS Funciona	48
5.2.3	Compilando o Código.....	49
5.2.4	Limitações do Código.....	50

5.3	Código OLGA	50
5.4	Caso Base	52
5.4.1	Objetivo	52
5.4.2	Dados do Duto	52
5.4.3	Inclinação e Altimetria	53
5.4.4	Definir os Fluidos Utilizados.....	53
5.4.5	Propriedades PVT para cada Simulador (EMAPS e OLGA)	55
5.4.6	Perdas de Carga para cada Simulador (EMAPS e OLGA)	55
5.4.7	Regime Permanente para cada Simulador (EMAPS e OLGA)	56
5.4.8	Descrição do Caso Base	56
5.4.9	Condição de Contorno	56
5.4.10	Condições Temporais	57
6	Capítulo 6 - Resultados e Discussões	58
6.1	Introdução	58
6.2	Diferentes Métodos Numéricos – Regime Permanente e Perfil Plano Horizontal	58
6.3	Diferentes Métodos Numéricos – Regime Transiente e Perfil Plano Horizontal	61
6.4	Efeitos da Altimetria com Regime Permanente e Mistura Óleo-Gás	62
6.5	Efeitos da Altimetria com Regime Transiente e Mistura Óleo-Gás	66
6.6	Tempo de CPU do Caso Plano Horizontal para a Mistura Óleo-Gás.....	68
6.7	Tempo de CPU do Caso Inclinado para a Mistura Óleo-Gás.....	70
6.8	Alterando o Parâmetro CFL para cada Método Numérico do Caso Plano Horizontal e Mistura Óleo-Gás	70
7	Capítulo 7 - Conclusão	73
7.1	Introdução	73
7.2	Conclusão	73
7.3	Sugestões para Trabalhos Futuros	74
	Anexo A - Modelo OLGA	75
	Referência Bibliográfica	78

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 – escoamento bifásico horizontal classificado por Shaha (1999).	5
Figura 3-1 – Seção transversal do escoamento.....	16
Figura 3-2 – Perfil lateral de escoamento estratificado.	16
Figura 5-1 – Massa específica x P, para T=20 C, fluido do poço ESS-089.	54
Figura 6-1 – SPM-4, diferentes métodos numéricos, permanente, plano horizontal, mistura ar-água.	59
Figura 6-2 – SPM-4, diferentes métodos numéricos, permanente, plano horizontal, gás- óleo.	59
Figura 6-3 – SPM-4, diferentes métodos numéricos, t = 1 h, mistura ar-água.....	61
Figura 6-4 – SPM-4, diferentes métodos numéricos, t = 1 h, mistura gás-óleo.	62
Figura 6-5 – SPM-4, FCT X OLGA, regime permanente, mistura gás-óleo, inclinado 1 grau.	63
Figura 6-6 – Padrões de escoamento do OLGA, regime permanente, gás-óleo, 1 grau de inclinação.....	65
Figura 6-7 – SPM-4, FCT X OLGA, t=1h, mistura gás-óleo, inclinado 1 grau.....	67
Figura 6-8 – SPM-4, FCT X OLGA, t=6h, mistura gás-óleo, inclinado 1 grau.....	67
Figura 6-9 – SPM-4, FCT X OLGA, t=15 h, mistura gás-óleo, inclinado 1 grau.....	68

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2-1 – escoamento bifásico classificado por Ishii (2006).....	5
Tabela 3-1 – Diferentes parcelas da força de atrito interfacial.....	22
Tabela 3-2 – Constantes para a Eq. (3.44).....	28
Tabela 5-1 – Dados de configuração do duto de referência.	52
Tabela 5-2 – Correlação de atrito utilizadas.....	55
Tabela 5-3 – Condições de contorno dos ensaios.....	57
Tabela 5-4 – Condições temporais dos ensaios planos horizontais na cabeça (entrada).57	
Tabela 5-5 – Condições temporais dos ensaios planos horizontais na cauda (saída)....	57
Tabela 6-1 – Desvios encontrados para métodos numéricos, mistura ar-água, plano horizontal.....	60
Tabela 6-2 – Desvios para diferentes métodos numéricos, mistura gás-óleo plano horizontal.....	60
Tabela 6-3 – Condições de contorno do cenário inclinado.	63
Tabela 6-4 – Condições temporais do teste com duto inclinado na cabeça (entrada). ...	66
Tabela 6-5 – Condições temporais do teste com duto inclinado na cauda (saída).....	66
Tabela 6-6 – Tempo de CPU para métodos numéricos, mistura óleo-gás, plano horizontal.....	69
Tabela 6-7 – Tempo de CPU para o método numérico FCT, mistura óleo-gás, 1 grau de inclinação.....	70
Tabela 6-8 – Diferentes valores de CFL para obter valores de pressão próximos ao de referência (OLGA).	71
Tabela 6-9 – Desvios encontrados para métodos numéricos, mistura óleo-gás, plano horizontal.....	71

NOMENCLATURA

Acrônimos

PVT	Condição de estado relacionada a pressão, volume e temperatura
TR	Tempo Real

Acrônimos em língua inglesa

CFD	Computational Fluid Dynamics
EMAPS	Eulerian Multiphase Adaptive Pipeline Solver
PFM-2	Pressure Free Model – 2 Equations
SPM-4	Single Pressure Model – 4 Equations

Caracteres latinos

f_g	Fator de atrito de Moody da fase gás [adm]
f_i	Fator de atrito de Moody da interface gás/líquido [adm]
\dot{m}_{ENT}	Vazão mássica total na cabeça do gasoduto, i. e., a soma das vazões mássicas de gás e líquido respectivamente [kg/s]
$\dot{m}_{ENT(CAL)}$	Vazão mássica total na calculada na cabeça do gasoduto, i. e., a soma das vazões mássicas de gás e líquido respectivamente [kg/s]
$\dot{m}_{ENT(MED)}$	Vazão mássica total medida na cabeça do gasoduto, i. e., a soma das vazões mássicas medidas de gás e líquido respectivamente [kg/s]
\dot{m}_L	Vazão mássica de óleo ou condensado (líquido) [kg/s]
\dot{m}_G	Vazão mássica de gás, genericamente referenciada [kg/s]
\dot{m}_{SAI}	Vazão mássica total na cauda do gasoduto, i. e., a soma das vazões mássicas de gás e líquido respectivamente [kg/s]
$\dot{m}_{SAI(CAL)}$	Vazão mássica total calculada na cauda do gasoduto, i. e., a soma das vazões mássicas calculadas de gás e líquido respectivamente [kg/s]

$\dot{m}_{SAI(MED)}$	Vazão mássica total medida na cauda do gasoduto, i. e., a soma das vazões mássicas medidas de gás e líquido respectivamente [kg/s]
\dot{m}_{TOTAL}	massa total de um segmento de gasoduto [kg/s]
A	Área da seção transversal do duto genericamente referenciada [m ²]
A _g	Área da seção transversal do duto ocupada pela fase gás [m ²]
D _i	Diâmetro interno genericamente referenciado [m]
P	Pressão genericamente referenciada [barg]
Q	Vazão volumétrica corrigida para condição padrão [Pm ³ /s]
T	Temperatura genericamente referenciada [K]

Caracteres gregos

α_{LIQ}	Holdup [adm]
β	Inclinação do duto em relação à horizontal [graus]
ρ	Massa específica genericamente referenciada [kg/m ³]
ρ_k	Massa específica da fase k [kg/m ³]

Glossário de termos empregados

Cabeça de segmento	Ponto de entrada de fluido no segmento de duto sob monitoração, sendo normalmente o ponto de pressão mais alta;
Cauda de segmento	Ponto de saída de fluido no segmento de duto sob monitoração, sendo normalmente o ponto de pressão mais baixa;
Condição padrão	É a referência de pressão e temperatura para correção de variáveis volumétricas tais como volume, vazão, densidade e módulo de elasticidade. No Brasil, essa referência é 1 (uma) atm para pressão e 20 (vinte) °C (graus Celcius) para temperatura;
Sistema de tempo real	É o sistema que depende de dados de tempo real de seu processo, para, a partir do processamento destes, entre uma

varredura e outra de dados, gerar algum resultado importante ao processo;

Taxa de varredura É o intervalo de tempo, entre uma varredura e outra, imediatamente anterior;

Varredura Consiste na aquisição de dados de todos os pontos geograficamente distribuídos na rede de automação, relevantes ao processo de movimentação dutoviária;

1 Capítulo 1 - Introdução

1.1 Histórico

A operação de gasodutos ou mesmo de qualquer duto começou a ser automatizada a partir da segunda metade da década de oitenta, com o aparecimento de microcomputadores, bem como, a capacidade de comunicação entre instrumentos instalados no campo e tais computadores.

No início da década de noventa, os primeiros sistemas supervisórios de dutos começaram a ser implantados no Brasil cuja função principal, qual seja, operar remotamente o duto, dependia integralmente da concentração de dados provenientes de instrumentos posicionados em diferentes posições do duto, numa única máquina. Tais instrumentos, a depender do duto, podem estar geograficamente distribuídos, separados por distâncias que podem chegar a alguns milhares de quilômetros. Assim, o sistema supervisório integrado a um sistema de comunicação devia ser capaz de correr o duto inteiro e apanhar leituras digitais dos instrumentos na mesma referência de tempo. A esta operação deu-se o nome de varredura e ao intervalo médio de tempo entre duas varreduras consecutivas chamou-se taxa de varredura.

Uma vez disponíveis dados concentrados numa mesma máquina e uma dada taxa de varredura, começaram a aparecer as primeiras funções avançadas em tempo real para a gestão operacional e logística de dutos, a essa altura apenas para dutos com escoamento monofásico. A principal delas foi o sistema de detecção, localização e quantificação de vazamentos. Muitas outras vieram na sequência tais como acompanhamentos diversos (de inventários, de diferentes bateladas de líquidos, de posições de pigs, de concentração de gases em gasodutos, dentre muitos outros), otimizações diversas (de bombeamento em oleodutos, de uso de compressores em gasodutos, de uso de qualquer aditivo de interesse tais como inibidores de corrosão ou redutores de atrito, dentre muitas outras) e sistemas gestores de uma maneira geral.

Na primeira década dos anos 2000 começaram a aparecer funções análogas para escoamento bifásico. Diversas foram as razões para este intervalo de tempo entre as funções monofásicas e bifásicas: (i) a necessidade de instrumento de medição de duas fases; (ii) a dificuldade de modelagem de escoamento em duas fases; e (iii) o tempo

computacional requerido para executar simuladores comerciais e acadêmicos de tempo real que usam as modelagens de escoamento bifásico.

Este trabalho abordou esta última dificuldade, procurando estabelecer intervalos de tempo real (taxa de varredura) para diferentes modelagens de escoamento bifásico, visando à determinação do tempo máximo de processamento para um dado passo de tempo para que o tempo de simulação numérica não seja maior que o tempo real associado às varreduras.

1.2 Motivação e relevância do problema

O setor acadêmico e a indústria de uma forma geral utilizam o escoamento bifásico para diversas finalidades. Dentre os vários segmentos de interesse, como os setores de alimentos, químico e de petróleo, o conhecimento em escoamento bifásico está sendo utilizado cada vez mais. Assim, o seu estudo e desenvolvimento é incentivado a buscar sempre resultados para aplicações de interesse.

O escoamento bifásico é um escoamento complexo quando comparado com o monofásico, pois o número de variáveis a serem tratadas aumenta, tal como o número de equações. Para caracterizar o escoamento bifásico é preciso avaliar, no mínimo, três fenômenos físicos: (i) padrões de escoamento; (ii) interações entre as fases (caracterização da interface entre elas); e (iii) modelagem matemática para escoamento bifásico. A depender da modelagem empregada, a mudança de fase dos hidrocarbonetos existentes na mistura, bem como o fenômeno da dissolução da fase gás na fase líquida (formulações PVT) pode ser de importância.

No caso real para indústria de petróleo, em especial para os grandes gasodutos bifásicos nacionais, tais como aqueles que escoam as produções dos campos de Merluza, Mexilhão, Manati, Peroá Congoá, dentre outros, outros fenômenos físicos são de grande importância, tais como a presença de pigs na linha (para remoção de condensados), bem como a existência de golfadas em qualquer ponto do gasoduto. Tais fenômenos introduzem grande complexidade na modelagem completa do escoamento.

1.3 Objetivos

Neste trabalho, o escoamento bifásico no interior de um gasoduto, com fase predominantemente gasosa, é modelado com base no modelo de Dois Fluidos, em abordagem unidimensional, transiente, compressível, plenamente desenvolvido e isotérmico, considerando a inclinação do duto em relação ao terreno. Um simulador numérico de escoamento bifásico confinado comercial também é usado para validar os resultados obtidos das modelagens acima descritas.

Especificamente, este trabalho objetiva comparar a incerteza do cálculo de perda de carga e das variações transientes durante a operação de esvaziamento do gasoduto caracterizados pelo escoamento bifásico. Os tempos computacionais dos diferentes métodos numéricos empregados para o modelo transiente de Dois Fluidos foram também avaliados em diferentes cenários, tais como variação de vazão introduzida pelo operador por meio de válvulas presentes no gasoduto. Tal comparação visa analisar quando e em quais situações o tempo requerido pela simulação é menor que o tempo real associado à taxa de varredura. Esse estudo é realizado em dois casos, primeiro um caso plano horizontal e segundo, um caso inclinado com uma pequena elevação capaz de colocar a cauda (saída) do duto numa altura entre 1500 e 2000 m. Os métodos numéricos do EMAPS serão avaliados através do cálculo da pressão na entrada do duto (cabeça) em regime permanente e transiente, haverá também a determinação de tempo de CPU e todos estes resultados foram comparados ao OLGA. O fluido utilizado para este escoamento foi de um gasoduto real, existente na malha dutoviária nacional (gasoduto Peroá-Cangoá).

2 Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

O escoamento bifásico pode ser classificado de muitas formas, dependendo do critério que cada autor utiliza. Os fenômenos físicos, tais como os padrões de escoamento, interações entre as fases e modelagem matemática desses fenômenos para escoamento bifásico são avaliados conforme a visão e a priorização específica de cada autor. A seguir, os trabalhos mais importantes e recentes são comentados e citados neste capítulo de acordo com os padrões de escoamento e modelos matemáticos utilizados neste trabalho.

2.2 Padrões de escoamento

A classificação dos padrões de escoamento é baseada na geometria da interface entre as fases, ou seja, cada padrão de escoamento é caracterizado por dois fluidos escoando simultaneamente em um duto e pela geometria de suas interfaces. O escoamento bifásico de óleo e gás pode ser classificado conforme os padrões descritos em Omgba-Essama (2004) e Ishii & Hibiki (2006).

Para dutos horizontais ou quase horizontais (onde o duto tem uma inclinação formando um pequeno ângulo com a horizontal), tem-se a classificação conforme Omgba-Essama (2004), o qual define uma classificação em quatro padrões principais, quais sejam: bolhas, golfadas, estratificado e anular. Os outros padrões são apenas variações ou combinações destes principais, citados em artigos clássicos, como o de Taitel & Dukler (1976), que é uma referência nesse assunto, e é ilustrado com os padrões para escoamento horizontal, de acordo com a Fig 2.1 (Shaha, 1999).

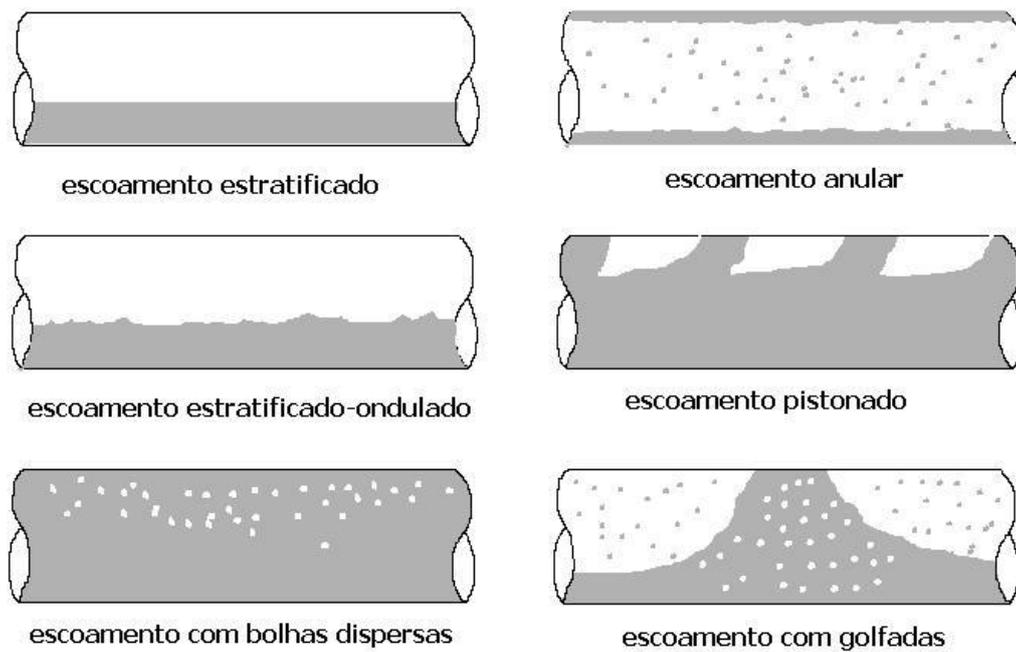
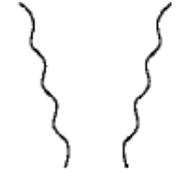
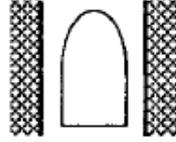
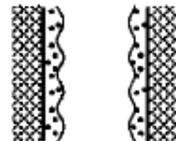
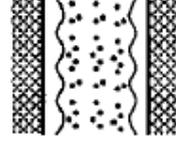
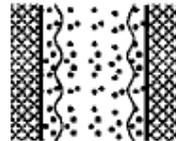
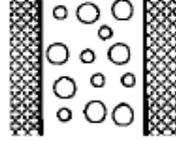
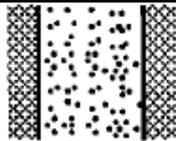
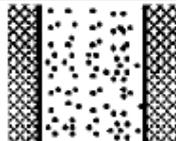


Figura 2-1 – escoamento bifásico horizontal classificado por Shaha (1999).

Também se podem classificar os padrões de escoamento de acordo com Ishii & Hibiki (2006), que divide o escoamento em três classes principais, chamadas de escoamento separado, escoamento de mistura ou transitório e escoamento disperso. As classes são subdivididas em padrões, representando as diferentes geometrias de interfaces entre as fases, conforme mostrado na Tabela 2-1. A mudança na geometria da interface de cada fase acontece de forma gradual, pois na classe transitória percebe-se que há influência das outras duas classes nos seus padrões de escoamento. Desta forma a classificação se torna abrangente, com praticamente todos os casos pertencendo a um padrão específico. Através da comparação da Fig. 2.1 com a Tab. 2-1, perceber-se como a nomenclatura para o mesmo padrão de escoamento varia conforme cada autor.

Tabela 2-1 – escoamento bifásico classificado por Ishii & Hibiki (2006).

Classe	Padrão	Geometria	Configuração	Exemplos
Escoamento Separado	Escoamento em Película		Película de líquido em gás. Película de gás em líquido.	Condensação em película. Ebulição em película.

	Escoamento Anular		Película de gás e núcleo líquido. Película de líquido e núcleo gás.	Ebulição em película. Aquecedores de água.
	Escoamento em Jato		Jato de líquido em gás. Jato de gás em líquido.	Atomização. Jato condensador.
Escoamento Misturado ou Transitório	Escoamento com Golfadas		Onda de gás em líquido.	Ebulição de sódio em convecção forçada.
	Escoamento Anular com Bolhas		Película de líquido com bolhas de gás e núcleo gás.	Evaporadores com ebulição nucleada em parede.
	Escoamento Anular Goticulado		Película de líquido e núcleo gás com gotas de líquido.	Gerador de vapor.
	Escoamento Anular Goticulado com Bolhas		Película de líquido com bolhas de gás coberto por gotas de gás.	Ebulição em canal de reator nuclear.
Escoamento Disperso	Escoamento com Bolhas		Bolhas de gás no líquido.	Reator químico.
	Escoamento Goticulado		Gotas de líquido no gás.	Resfriamento por borrifada.
	Escoamento com Partículas		Partículas sólidas em gás ou líquido.	Transporte de pó.

2.3 Modelagem matemática para escoamento bifásico

Como a modelagem para escoamento bifásico compreende setores distintos do conhecimento, o desenvolvimento de algoritmos para cada um deles requer abordagens específicas. Porém, considerando a complexidade da descrição do comportamento de uma partícula de fluido à medida que ela flui através de uma região no espaço. Não só é difícil segui-la, como também sua forma não pode ser determinada, pois ela (com suas propriedades) pode variar continuamente. Portanto, é mais vantajoso descrever o que acontece num ponto fixo ou numa região fixa do espaço. Este método é chamado de método “Euleriano”, e permite observar fenômenos em pontos de interesse, em vez de tentar seguir uma partícula através de uma região do espaço.

A modelagem “Euleriana” do escoamento bifásico em dutos pode ser encontrada na literatura com diversas formulações. Usando a classificação sugerida por Fabre & Peresson (1989), existem três modelos disponíveis:

- Modelo de Equilíbrio Homogêneo / Homogeneous Equilibrium Model (HEM)
- Modelo Drift-Flux / Drift-Flux Model (DFM)
- Modelo de Dois Fluidos / Two-Fluid Model (TFM)

2.3.1 Modelo de Equilíbrio Homogêneo / Homogeneous Equilibrium Model (HEM)

Para escoamento bifásico, o modelo de Equilíbrio Homogêneo é aquele que possui a formulação mais simples. Sua principal característica é supor que a velocidade, a pressão e a temperatura das duas fases e da interface são iguais. Esta hipótese se baseia na suposição de que as diferenças dessas variáveis entre as fases promovem a troca de massa, quantidade de movimento e energia rápidos o suficiente para que o equilíbrio termodinâmico seja atingido.

Uma das aplicações deste modelo é o caso em que o atrito entre as fases é um fator importante do escoamento. Nestes escoamentos, as fases estão acopladas e, portanto, suas velocidades estão muito próximas, podendo ser consideradas iguais.

Podem-se citar como exemplo os casos em que uma fase encontra-se finamente dispersa em outra, como no escoamento de bolhas de ar (ou vapor) em água.

A formulação obedece a uma modelagem monofásica para as equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia, considerando ambas as fases como uma mistura. Neste caso, as propriedades físicas serão muito próximas as da fase predominante, pois considera uma pequena contribuição da outra fase. Além disso, o modelo de Equilíbrio Homogêneo utiliza, quando necessário, um termo fonte correspondente. As propriedades desta mistura são determinadas através de equações de estado específicas (Peng-Robinson, 1976 e Soave-Redlich, 1972). O termo fonte pode ser adotado de acordo com Corradini (1997). Há ainda o modelo de Equilíbrio Homogêneo modificado, onde sua formulação é desenvolvida de tal forma como no modelo *Drift-Flux*. Isso significa que é necessária apenas uma equação de quantidade de movimento, mas deve-se incluir um termo para expressar a diferença entre as velocidades.

Por se tratar de um modelo simples, há algumas imprecisões intrínsecas no modelo de Equilíbrio Homogêneo, como, por exemplo, na estimativa de propriedades de transporte como a viscosidade e a condutividade térmica. Algumas simplificações podem ser utilizadas, como usar os dados de viscosidade e condutividade térmica da fase predominante.

Dentre as várias aplicações de engenharia, o modelo de Equilíbrio Homogêneo pode ser classificado de várias formas. Uma delas é o modelo para escoamento isotérmico, cuja característica principal é cada fase ter sua equação da continuidade, e uma equação de quantidade de movimento para a mistura. Para essa discussão, o trabalho recente de Garg et al. (2009), bem com os trabalhos de Mori et al. (1976) e Sharma et al. (1985) podem ser citados. Foram encontradas algumas críticas a este modelo em Manninen & Taivassalo (1996). Conforme dito, este é um modelo limitado e, para ser usado, deve-se verificar sua validade para o caso a ser estudado. É determinante validar o equilíbrio termodinâmico com informações de prática ou de teorias bem conceituadas.

2.3.2 Modelo Drift–Flux / Drift–Flux Model (DFM)

Como no modelo de Equilíbrio Homogêneo, o modelo Drift-Flux utiliza a mesma pressão e temperatura para as duas fases e para a interface, mas as velocidades são distintas para cada fase. O principal fator responsável pela diferença de velocidade entre as fases se deve às forças de corpo, com a força da gravidade e a força centrífuga. O equilíbrio termodinâmico continua sendo estabelecido através de processos suficientemente rápidos, como já explicados. A relaxação da hipótese de velocidades iguais entre as fases, utilizada no modelo de Equilíbrio Homogêneo, se torna mais importante quando a diferença entre as massas específicas de cada fase é muito grande na presença de campos gravitacionais e gradientes de pressão não desprezíveis. Dada uma diferença de massa específica, efeitos de empuxo tendem a introduzir uma diferença de velocidade da fase dispersa em relação à fase contínua.

Nesta formulação, é necessária apenas uma equação de quantidade de movimento, que deve conter um termo para representar a diferença de velocidade das fases. Várias nomenclaturas são utilizadas na literatura, tais como *Drift–Flux Model*, de Masella et al. (1998), e *Local–Equilibrium Model*, de Johansen et al. (1990). A nomenclatura mais empregada nos trabalhos desenvolvidos nos últimos anos é *Drift–Flux Model* e, por essa razão, também foi escolhida neste trabalho. Como ainda não há em português um termo padrão para o modelo, usa-se na forma original. Este modelo também tem suas limitações, e é sempre importante verificar sua validade para o caso a ser estudado. É necessário também validar a hipótese de equilíbrio termodinâmico com informações de aplicações práticas, experimentos ou teorias bem conceituadas. A formulação do modelo *Drift-Flux* foi explorada em muitos trabalhos como os de Pauchon et al. (1993), Masella et al. (1998) e Faille & Heintze (1999).

Dentro do modelo *Drift-Flux* as velocidades de cada fase são determinadas através das equações constitutivas correspondentes ao caso a ser estudado. Neste modelo as fases devem estar acopladas de forma que a mistura formada pelo escoamento contenha partículas de líquido e não partículas de gás (caso mais bem resolvido através do modelo de Equilíbrio Homogêneo).

Para um caso específico de escoamento isotérmico, os modelos de Equilíbrio Homogêneo e *Drift-Flux* possuem formulações similares, mas com pequenas diferenças. Como no modelo *Drift-Flux* as velocidades para cada fase são diferentes, têm-se duas

equações de balanço de massa. Comparado com o modelo de Equilíbrio Homogêneo, o modelo *Drift-Flux* é mais complexo, ou seja, as velocidades relativas das fases são calculadas através de uma formulação de balanço de forças para a fase dispersa, ou através de uma correlação algébrica.

2.3.3 Modelo de Dois Fluidos / Two-Fluid Model (TFM)

Esta é a forma mais complexa de formular um problema de escoamento bifásico, uma vez que as fases são identificadas e tratadas de forma totalmente independente. Cada fase tem sua equação de balanço de massa, quantidade de movimento e energia. Assim, as variáveis de velocidade, pressão e temperatura são distintas (pressão e temperatura não eram distintas nos modelos anteriores). Como no modelo *Drift-Flux*, as velocidades são determinadas através da relação entre as massas específicas de cada fase.

O tempo relativo de transferência de calor entre as fases na interface, necessário para atingir o equilíbrio termodinâmico, é o que determina as temperaturas de cada fase. O conhecimento desse tempo relativo é importante para que se perceba as variações de vazão devidas a mudanças de área de seção transversal (diâmetro), tanto em regime permanente como transiente. Corradini (1997) calculou esse tempo considerando as condições de vazão prescritas, necessárias para se determinar um número de Fourier característico para o sistema. Para o modelo bifásico, quando uma equação de energia para cada fase é utilizada, pode-se determinar a temperatura relativa entre as fases onde o caso de desequilíbrio termodinâmico for detectado.

Para o estado de desequilíbrio termodinâmico, a formulação do modelo para pressão foi considerada mais complexo por Ishii & Hibiki (2006). Na maioria das aplicações de engenharia, a variação de pressão em uma interface é diretamente proporcional à tensão superficial e inversamente proporcional ao raio de curvatura da interface. Este fator é, em geral, pequeno, exceto em escoamentos de gotas em gás ou bolhas em líquido. A diferença de pressão entre as fases pode também ocorrer por motivos relacionados a efeitos dinâmicos, onde a pressão relativa em uma fase é alta, por exemplo. É possível também se detectar uma diferença de pressão relativa entre as fases quando há um grande fluxo de massa na interface devido à mudança de fase

(evaporação ou condensação). Esses são os principais métodos para determinar as diferenças de pressão nas fases.

Na maioria das aplicações do modelo de Dois Fluidos, o desequilíbrio termodinâmico só é considerado quando ocorrem em uma escala de tempo semelhante às escalas de tempo associadas às taxas de mudança de fase e às oscilações de pressão. Para casos onde a velocidade do escoamento excede ou iguala a velocidade do som, o desequilíbrio é importante para determinar a diferença de pressão entre as fases.

As formulações dos modelos bifásicos são constituídas no mínimo por equações de balanço de massa e quantidade de movimento para cada uma das fases separadamente, e também relações constitutivas e coeficientes de transporte interfacial definido para cada caso. Essa formulação considera as interações entre as fases ao utilizar um campo de velocidade e uma equação de quantidade de movimento independente para cada fase. A desvantagem desse modelo é necessitar de dados experimentais confiáveis em várias situações para formular detalhadamente as interações interfaciais, mas é vantajoso por definir rigorosamente o real processo de transporte.

O modelo deverá ser aplicado em casos onde as fases estão pouco acopladas, isto é, as ondas de pressão se propagam com velocidades relativamente diferentes entre elas. Como as equações de quantidade de movimento das fases quantificam as instabilidades e a dinâmica das interfaces, e esses são os principais fatores que determinam os padrões de escoamento, conclui-se que, para os casos de fenômenos ondulatórios e para definir padrões de escoamento, esse modelo é o mais indicado, pois os outros dois (modelo de Equilíbrio Homogêneo e *Drift-Flux*) são considerados mais simples.

2.4 Trabalhos Nacionais em Escoamento Bifásico

Alguns pesquisadores brasileiros espalhados por alguns estados têm desenvolvido trabalhos como Soto et. al. (2003), Carneiro et. al. (2005), Ortega & Nieckele (2005) e Barbosa & Hewitt (2005), dentre outros sobre escoamento bifásico. Como já mencionado, o escoamento bifásico é muito complexo, diferente do escoamento monofásico, assim, não há muitos trabalhos (inclusive no Brasil) desenvolvidos nesta área ainda. Pois, há um grande potencial a ser alcançado nos próximos trabalhos.

3 Capítulo 3 - Formulação Matemática dos Modelos

3.1 Introdução

O escoamento bifásico é caracterizado pela existência de regiões monofásicas separadas por uma ou mais interfaces móveis. O sistema de equações que governa o escoamento bifásico e sua técnica de solução numérica fornece uma ferramenta para investigar e prever o escoamento incorporando suas limitações e incertezas intrínsecas.

As equações diferenciais de conservação são aplicadas a cada sub-região monofásica do escoamento bifásico com as condições de contorno e de salto apropriadas para combinar com as soluções dessas equações diferenciais nas interfaces. Logo, em teoria, é possível formular um problema de escoamento bifásico em termos da variável instantânea local, chamada, $F = F(x, t)$. Esta formulação é chamada formulação instantânea local, e seu resultado se encontram em um problema de vários contornos, com as posições das interfaces sendo desconhecidas devido ao acoplamento dos campos e das condições de contorno. Assim, as dificuldades matemáticas encontradas ao usar a formulação instantânea local podem ser consideráveis e, em alguns casos, não serem capazes de fornecer resultados razoáveis.

No entanto, há dois itens fundamentais na formulação instantânea local, (i) aplicação direta para o estudo de escoamentos separados tais como os escoamentos em película, estratificado, anular e em jato. (ex. estudar quedas de pressão, transferência de calor, mudanças de fase, a dinâmica, estabilidade de uma interface e ainda o fluxo de calor crítico); (ii) é a base fundamental dos modelos de escoamento bifásico macroscópicos, usando procedimentos de mediação. Quando cada sub-região contornada por interfaces pode ser considerada como um contínuo, a formulação instantânea local é matematicamente rigorosa. Conseqüentemente, os modelos de escoamento bifásicos deveriam ser derivados a partir desta formulação utilizando métodos de mediação apropriados.

Serão apresentados os modelos macroscópicos de escoamento bifásico, como o modelo *Drift-flux* e o modelo de Dois Fluidos. Também serão apresentados os modelos, PFM-2 e SPM-4.

3.2 Transformação das Equações de Conservação

As equações gerais de conservação utilizam algumas considerações como, fluxo, força de campo e transferência de massa entre as fases, para encontrar o sistema de equações de cada modelo (*Drift-flux* e de Dois Fluidos) e definir o escoamento bifásico. Essas equações são apresentadas a seguir (Ishii & Hibiki, 2006):

- Equação da Massa (Continuidade)

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_k u_k) = 0 \quad (3.1)$$

onde k define a fase considerada e u_k a velocidade da fase k .

- Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k u_k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_k u_k^2) = -\frac{\partial P_k}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_k}{\partial x} + \rho_k g_k \quad (3.2)$$

onde P_k é a pressão termodinâmica da fase, σ_k representa as tensões do fluido no interior do duto e a última parcela da Eq. (3.2) considera a componente de força devido á gravidade.

Em escoamento multifásico, a presença de estruturas interfaciais torna o problema matematicamente e fisicamente muito difícil. Assim, as equações de campo e constitutivas para escoamento multifásico são necessárias para descrever as características locais do escoamento. As propriedades macroscópicas do escoamento são obtidas através do processo das médias.

Para escoamento monofásico turbulento com interfaces em movimento, não há possibilidade de obter a solução exata expressando a flutuação local instantânea. Isso ocorre por causa da dificuldade da formulação nas equações gerais de conservação.

A descrição mais utilizada para estudar o movimento de um fluido é a Lagrangeana, nele utiliza-se o binômio espaço-tempo para descrever os fenômenos físicos. Na descrição Euleriana, as coordenadas de tempo e de espaço são as variáveis independentes. E partindo da equação na forma unidimensional onde a média na área já foi aplicada anteriormente. Para escoamentos bifásicos, um processo de média muito utilizado é a média temporal Euleriana definida por:

$$\overline{F_k}(x_0, t_0) \equiv \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{[\Delta t]_r} F_k(x_0, t) dt \quad (3.3)$$

onde $[\Delta t]_r$ é o intervalo de tempo da fase líquida (L) mais o intervalo de tempo da fase gás (G).

A dedução rigorosa de equações promediadas para escoamento bifásico é bastante complexa. Ishii & Hibiki (2006) descreve detalhadamente todo o procedimento para a obtenção dessas expressões. Assim, após aplicar o método das médias nas equações gerais de conservação, obtém-se:

- Equação da Massa (Continuidade)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \alpha_k) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_k \alpha_k u_k) = \Gamma_k \quad (3.4)$$

onde k define a fase considerada, α_k a fração volumétrica da fase k no domínio considerado, u_k a velocidade da fase k e Γ_k a taxa de transferência da massa entre as fases.

- Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \alpha_k u_k) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_k \alpha_k u_k^2) = & -\alpha_k \frac{\partial P_k}{\partial x} - \Delta P_{ki} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} [\alpha_k (\tau_k + \tau_k^T)] \\ & + M_{ki} + M_{kw} + \Gamma_k u_{ki} - \rho_k \alpha_k g \sin \beta \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde M_{kw} é a contribuição de quantidade de movimento linear referente ao atrito entre cada fase e a parede do duto, τ_k^T é o tensor de tensão turbulenta, M_{ki} é a força de interação entre as fases, o produto $\Gamma_k u_{ki}$ descreve a troca de quantidade de movimento

entre as fases e a última parcela da Eq. (3.5) considera a componente de força devido á gravidade.

3.3 Modelos Específicos

Os modelos de escoamento para dois fluidos são usualmente desenvolvidos a partir de diferentes metodologias de definição de propriedades médias de acordo com os trabalhos de Ishii (1975), Yadigaroglu & Lahey (1977), Drew (1983), Lahey & Drew (1988) e Drew & Passman (1999). As formulações obtidas a partir de tais metodologias levam a um conjunto completo de equações tridimensionais. No entanto, em muitas aplicações de engenharia, a geometria do sistema é suficientemente bem representada por uma abordagem unidimensional, como no escoamento em gasodutos. Desta forma, a abordagem empregada para desenvolver uma modelagem matemática prática consiste em integrar estas equações de movimento tridimensionais no domínio de seção transversal do escoamento e, assim, obter uma modelagem unidimensional de dois fluidos, caracterizada por um conjunto de equações promediadas por área.

Para escoamento isotérmico em um duto com diâmetro interno constante, pode-se usar uma média temporal (Chan & Banerjee, 1981) ou uma média amostral aplicada a um conjunto de dados (Park et al., 1998) para se obter o mesmo conjunto unidimensional de equações de conservação. As variações se dão nas diferentes equações constitutivas empregadas para o fechamento dos balanços, nos vários modelos específicos encontrados na literatura. Dois modelos serão apresentados neste trabalho, quais sejam o PFM-2 e o SPM-4.

Ongba-Essama (2004) afirma que para escoamento isotérmico em dutos com diâmetro constante, pode-se usar a média temporal ou a média estatística Euleriana (*ensemble-average*), pois ambas fornecem o mesmo conjunto de equações de conservação unidimensionais.

3.4 Equações Genéricas de Conservação

São descritas abaixo as equações genéricas de conservação para as fases, além da definição da geometria, de algumas conceituações básicas e hipóteses simplificadoras.

3.4.1 Geometria do Duto a das Fases

Considere um duto de seção transversal circular de diâmetro D_i , inclinada de um ângulo β (entre a linha do escoamento e a horizontal) conforme Figs. 3.1 e 3.2 a seguir.

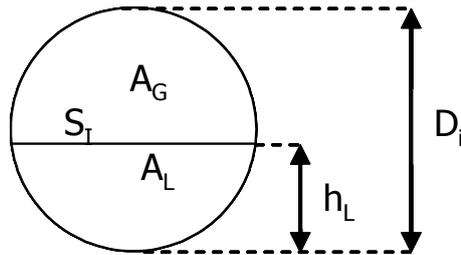


Figura 3-1 – Seção transversal do escoamento.

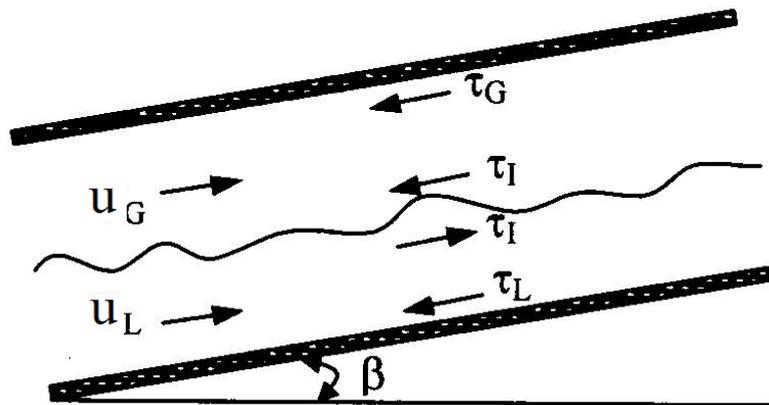


Figura 3-2 – Perfil lateral de escoamento estratificado.

3.4.2 Frações volumétricas para as Fases

Considere as definições das frações volumétricas de líquido e de gás como:

$$\alpha_L = \frac{V_L}{V_L + V_G} \quad (3.6a)$$

$$\alpha_G = \frac{V_G}{V_L + V_G} \quad (3.6b)$$

onde V_L e V_G são respectivamente os volumes ocupados pela fase gás e líquida. Assim, tem-se:

$$\alpha_G + \alpha_L = 1 \quad (3.7)$$

Para tornar genérica a referência às fases, define-se o subscrito k , onde k pode assumir os valores L ou G . Observa-se por oportuno que em algumas referências, tipicamente de indústria, esta fração leva o nome de “holdup”. Se a referência for genérica, i. e., não amarrar a fase e citar apenas genericamente o termo “holdup”, a referência é sempre para a fase líquida.

3.4.3 Equação da Massa (Continuidade)

Numa modelagem unidimensional transiente bifásico tem-se a seguinte equação de continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_k \alpha_k u_k) = \Gamma_k \quad (3.8)$$

onde k define a fase considerada, α_k a fração volumétrica da fase k no domínio considerado, u_k a velocidade da fase k e Γ_k a taxa de transferência da massa entre as fases.

3.4.4 Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)

Analogamente, tem-se a seguinte equação de momentum que descreve o modelo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k u_k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_k \alpha_k u_k^2) = & -\alpha_k \frac{\partial P_k}{\partial x} - \Delta P_{ki} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}[\alpha_k (\tau_k + \tau_k^T)] \\ & + M_{ki} + M_{kw} + \Gamma_k u_{ki} - \rho_k \alpha_k g \sin \beta \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde M_{kw} é a contribuição de quantidade de movimento linear referente ao atrito entre cada fase e a parede do duto, τ_k^T é o tensor tensão turbulento, M_{ki} é a força de interação

entre as fases, o produto $\Gamma_k u_{ki}$ descreve a troca de quantidade de movimento entre as fases e a última parcela da Eq. (3.9) considera a componente de força devido á gravidade.

A pressão termodinâmica em cada fase é denotada por P_k , ao passo que a grandeza ΔP_{ki} descreve a variação de pressão na fase k , i. e., a diferença entre pressão termodinâmica na fase P_k e a pressão na interface entre as fases, P_{ki} . Observa-se por oportuno que, numa modelagem mais rigorosa, onde se considera os efeitos de tensão superficial, podem-se ter diferentes pressões interfaciais por fase.

As tensões τ_k e τ_k^T referem-se às tensões viscosas e às tensões turbulentas de Reynolds na fase k , respectivamente.

3.4.5 Equações de Fechamentos

Considere as equações de fechamento a seguir para o modelo proposto:

$$\sum_k \alpha_k = 1 \quad (3.10)$$

$$\sum_k \Gamma_k = 0 \quad (3.11)$$

$$\sum_k M_{ki} - \Gamma_k u_{ki} = 0 \quad (3.12)$$

onde na primeira equação, o somatório das frações volumétricas de cada fase é unitário. Nas duas equações seguintes, tem-se a condição de salto na interface de fase para a massa e quantidade de movimento, respectivamente.

Tal modelo é composto por 22 (vinte e duas) variáveis e apenas 7 (sete) equações.

Considerando que os efeitos de difusão viscosa molecular e turbulenta são desprezíveis, e que não há transferência de massa entre as fases, pode-se desprezar as grandezas τ_k , τ_k^{Re} , Γ_k .

O modelo simplificado passa então a apresentar 14 (catorze) variáveis e 6 (seis) equações. As 14 (catorze) variáveis são: $\rho_L, \rho_G, \alpha_L, \alpha_G, u_L, u_G, P_L, P_G, \Delta P_{Li}, \Delta P_{Gi}, M_{Lw}, M_{Gw}, M_{Li}, M_{Gi}$.

3.5 Equações Constitutivas

Os equacionamentos clássicos das equações constitutivas e de fechamento serão descritos na sequência, e todos constam em Omgba-Essama (2004) e Ishii & Hibiki (2006).

3.5.1 Equações para os Termos de Pressão

Hipótese de Fluido Barotrópico

Por simplicidade no desenvolvimento dos modelos, supõe-se que o escoamento é isotérmico. Essa é uma restrição e ser analisada quando da comparação de dados de campo uma vez que a temperatura é uma componente importante do problema. Assim, numa primeira abordagem, a única fase modelada como compressível, a fase gás, fica sujeita à hipótese de fluido barotrópico, ou seja, a massa específica do gás e a pressão assumem uma relação de dependência direta, biunívoca, de acordo com:

$$\rho_G = \rho_G(P_G) \Rightarrow P_G = P_G(\rho_G) \quad (3.13)$$

Variação de Pressão entre a fase k e a interface, ΔP_{ki}

Considere as definições das variações de pressão entre a fase e a interface, descrita a seguir:

$$\Delta P_{ki} = P_k - P_{ki} \quad (3.14a)$$

$$\text{Para } k = L, \text{ tem-se: } \Delta P_{Li} = P_L - P_{Li} \quad (3.14b)$$

$$\text{Para } k = G, \text{ tem-se: } \Delta P_{Gi} = P_G - P_{Gi} \quad (3.14c)$$

Pressões Interfaciais

Essa modelação supõe que a pressão é igual em ambas as fases. Se essa hipótese provar-se inadequada em algum cenário onde claramente não se atinja o equilíbrio termodinâmico (e. g., propagação de ondas de choque na fase gás) então uma equação constitutiva local deverá ser empregada para considerar as diferenças de pressão devido a efeitos dinâmicos e de interface. No modelo Estratificado descrito em Barnea & Taitel (1993), tem-se:

$$P_{Gi} - P_{Li} = \sigma \frac{\partial h_L^2}{\partial x^2} \quad (3.15)$$

onde h_L é a altura de líquido no interior do duto.

E no modelo de Bolhas descrito em Drew & Passman (1999), obtêm-se:

$$P_{Gi} - P_{Li} = \frac{2\sigma}{r_B} \quad (3.16)$$

onde r_B é o raio médio da bolha, e σ é a tensão superficial na interface.

Desprezando os efeitos de tensão superficial ($\sigma = 0$):

$$P_{Gi} = P_{Li} = P_I \quad (3.17)$$

Alternativa para o Termo de Correção de Pressão: $\Delta P_{ki} = P_k - P_{ki}$

Para o padrão de escoamento estratificado, obtêm-se a solução de um sistema de equações diferenciais como apresentada em Barnea & Taitel (1993):

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_L \Delta P_L) = \alpha_L \rho_L g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_G \Delta P_G) = \alpha_G \rho_G g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial x} \end{cases} \quad (3.18)$$

No trabalho de Bestion (1990), o termo de correção pode ser apresentado como a seguir:

$$\Delta P_L = \Delta P_G = \alpha_L \alpha_G (\rho_L - \rho_G) D g \quad (3.19)$$

Ou o termo de correção também pode ser apresentado como em Lahey & Drew (1988):

$$\begin{cases} \Delta P_L = \rho_L g \cos \beta \left[-\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \frac{1}{3\pi\alpha_L} \text{sen}^3\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right] \\ \Delta P_G = \rho_G g \cos \beta \left[-\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \frac{1}{3\pi\alpha_G} \text{sen}^3\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right] \end{cases} \quad (3.20a)$$

$$\alpha_L = \frac{\gamma - \text{sen}\gamma}{2\pi} \quad (3.20b)$$

onde γ é ângulo subtendido pelo perímetro molhado de líquido.

Para o padrão de escoamento com bolhas, obtêm-se a solução através do trabalho de Drew & Passman (1999):

$$\begin{cases} P_G - P_{Gi} = 0 \\ P_L - P_{Li} = \xi(\text{Re}_L, \alpha_L) \rho_L (u_G - u_L)^2 \end{cases} \quad (3.21)$$

onde para o escoamento diluído, ξ , assume o valor de $\xi = \frac{1}{4}$ e para o escoamento com

número de Reynolds baixo, ξ , assume o valor de $\xi = \frac{9}{32}$.

E Toumi (1996) apresenta o termo de correção para a pressão assim:

$$\Delta P_L = \Delta P_G = \delta (u_G - u_L)^2 \quad (3.22a)$$

$$\delta = \xi \rho_L \alpha_G \quad (3.22b)$$

onde ξ é um coeficiente ajustável usado para garantir que o modelo de Dois Fluidos se mantém hiperbólico durante a simulação numérica.

No trabalho de Bestion (1990), o termo é apresentado como a seguir:

$$\Delta P_L = \Delta P_G = \delta (u_G - u_L)^2 \quad (3.23a)$$

$$\delta = \frac{\rho_L \alpha_L \rho_G \alpha_G}{\rho_L \alpha_L + \rho_G \alpha_G} \quad (3.23b)$$

3.5.2 Tensão Interfacial

A força de atrito interfacial representa o esforço realizado na interface entre as fases para manter a curvatura na interface, sendo dimensionalmente equivalente à força por unidade de comprimento. O modelo mais aceito na literatura vem de Ishii (1975) sendo descrito como uma soma de forças com diferentes interpretações físicas, de acordo com a Eq. 3.24:

$$M_{ki} = M_{ki}^D + M_{ki}^V + M_{ki}^B + M_{ki}^L + M_{ki}^C \quad (3.24)$$

Considere a Tabela 3.2 a seguir, a qual traz uma breve apresentação de cada força.

Tabela 3-1 – Diferentes parcelas da força de atrito interfacial.

Índices	Significado	Comentário	Referência
B	“Basset”	Força devida à aceleração da velocidade relativa entre fases	Cheng et al. (1985)
C	“Collision”	Força de colisão entre fases	Ishii & Mishima (1984)
D	“Drag”	Força de arraste	Ishii & Mishima (1984)
L	“Lift”	Força de elevação	Ishii & Mishima (1984)
V	“Virtual mass”	Força de “massa virtual”	Watanabe et al. (1990)

Tais forças podem ser formalmente conceituadas e interpretadas fisicamente com respaldo na literatura. Entretanto, o trabalho de Cheng et al. (1985) sugere que a força de Basset é desprezível em sistemas bifásicos gás/líquido, bem como Ishii & Mishima (1984) declaram o mesmo para as parcelas de colisão (“Collision”) e elevação (“lift”), além de afirmar que seus mecanismos de atuação não são bem dominados. Watanabe et al. (1990) observam que a parcela de massa virtual é irrelevante para a computação da parcela de quantidade de movimento em cada fase, mas é principalmente usada em

várias modelações bifásicas pois promove a estabilidade numérica do modelo, uma vez que pode alterar a estrutura convectiva das equações que descrevem este fenômeno. Desta forma apenas a força de arraste apresenta relevância no domínio do escoamento bifásico de fluidos. Ishii & Mishima (1984) sugerem então modelá-la como uma composição de duas parcelas conforme a Eq. 3.25:

$$M_{ki}^D = \langle -\tau_{ki} \cdot \Delta\alpha_k \rangle_x + \bar{M}_{ki} \quad (3.25)$$

A parcela (\bar{M}_{ki}) corresponde ao arraste médio de partícula, o qual é relevante para o padrão de escoamento de bolhas dispersas, e $\langle \rangle_x$ representa a média na área, tornando a equação unidimensional. Já a segunda parcela descreve o efeito do cisalhamento interfacial bem como gradiente de vazios, e é particularmente importante para os padrões de fluxo que caracterizam escoamento separado (usualmente estratificado e anular).

Padrão de Escoamento Estratificado

Os padrões de escoamento estratificado e anular são também conhecidos como escoamento separado. Ishii & Mishima (1984) propõem a seguinte expressão para a estimativa da força interfacial de arrasto, considerando que tal força é predominantemente composta de efeitos de cisalhamento interfacial e da presença de um gradiente de vazios (Eq. 3.26):

$$M_{ki}^D \cong \langle -\tau_{ki} \cdot \Delta\alpha_k \rangle_x = -\tau_{Gi} \cdot \frac{S_I}{A} \quad (3.26)$$

onde, à semelhança de outras equações neste texto, A é a área da seção transversal ao escoamento, S_I é o perímetro molhado da interface e $\langle \rangle_x$ representa a média na área. A relação constitutiva para a tensão cisalhante da fase gás τ_{Gi} , é dada em termos de um fator de atrito padrão, no caso para a interface, definido como (Eq. 3.27):

$$\tau_{Gi} = \tau_I = \frac{1}{2} f_I \rho_G (u_G - u_L) |u_G - u_L| \quad (3.27)$$

A seção 3.5.3 (fator de atrito interfacial) aborda com a profundidade necessária as correlações existentes na literatura para a estimativa do fator de atrito interfacial f_I . Assim, neste texto, a força interfacial M_{ki} presente na Eq.(3.24) se baseia nas correlações dadas pelas Eqs. (3.26) e (3.27) para escoamento estratificado.

Padrão de Escoamento em Bolhas

A força de arrasto média em uma particular, gota, ou bolha é a força sentida por esta partícula quando se move através do fluido que a circunda. Considere a Eq. (3.28) abaixo para seu cálculo:

$$\bar{M}_{Gi} = -\frac{3}{4} \frac{\rho_L \alpha_G C_D}{D_B} \bar{u}_r |\bar{u}_r| \quad (3.28)$$

Na Eq. (3.28), C_D é o coeficiente de arraste, que é uma função da fração volumétrica de gás α_G , do diâmetro da bolha D_B , da velocidade relativa média \bar{u}_r , bem como da viscosidade do líquido. A dependência do C_D com tais parâmetros pode ser encontrada sob diferentes correlações em Clift et al. (1978) e no artigo referência de Ishii & Zuber (1979). É importante observar que a velocidade relativa média \bar{u}_r não é a diferença entre as velocidades médias das fases ($\bar{u}_r \neq u_r \equiv u_G - u_L$), e deve ser estimada com base na formulação “*Drift-Flux*” proposta por Ishii & Mishima (1984). A diferença entre essas duas velocidades relativas pode ser grande. Os trabalhos de Zuber & Findlay (1965) e Ishii (1977) discorrem a respeito.

A força de massa virtual é representada por:

$$M_{Li}^v = c_{vm} \rho_L \alpha_G \left\{ \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_L \frac{\partial u_G}{\partial x} - u_G \frac{\partial u_L}{\partial x} + (k-1) u_r \frac{\partial u_r}{\partial x} \right\} \quad (3.29)$$

onde o parâmetro k pode assumir os seguintes valores:

$$\begin{cases} k = 2 & \text{para } \alpha_G \rightarrow 0 \\ k = 0 & \text{para } \alpha_L \rightarrow 1 \end{cases} \quad (3.30)$$

mas, Tiselj & Petelin (1997) utiliza:

$$k = 1 \quad (3.31)$$

Toumi & Kumbaron (1996), apresentam a força de massa virtual por:

$$M_{Li}^V = c_{vm} \rho_M \alpha_L \alpha_G \left[\left(\frac{\partial u_G}{\partial t} + u_L \frac{\partial u_G}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial u_L}{\partial t} + u_G \frac{\partial u_L}{\partial x} \right) \right] \quad (3.32a)$$

$$\text{onde, } \rho_M = \rho_L \alpha_L + \rho_G \alpha_G \quad (3.32b)$$

O valor da constante c_{vm} pode ser calculada para cada padrão de escoamento de acordo com as condições a seguir:

- Bolhas (Drew & Passaman, 1999): $c_{vm} = 0,5$;
- Estratificado: $c_{vm} \rightarrow 0$;
- Agitado turbulento (“churn-turbulent”): $c_{vm} > 0,5$;
- Golfada (Ishii & Mishima, 1984): $c_{vm} = 3,3$ a 5 , dependendo da forma da golfada.

A constante c_{vm} também pode ser considerado com a seguir (Zuber, 1964):

$$c_{vm} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + 2\alpha_d}{1 - \alpha_d} \right) \quad (3.33)$$

onde α_d é a fração de volume da fase descontínua.

Ou como apresentada em Toumi & Kumbaro (1996):

$$c_{vm} \geq \sqrt{4c(1-c)} \quad (3.34)$$

$$\text{onde, } c = \frac{\rho_G \alpha_G}{\rho_G \alpha_G + \rho_L \alpha_L}$$

Para garantir a hiperbolicidade do código PDE2, definido em Tiselj & Petelin (1997), pode-se introduzir uma pequena modificação do coeficiente de massa virtual $c_{vm-RELAPS}$ para a forma corrigida $c_{vm-PDE2}$, ambos definido na mesma referência, onde

$$c_{vm-RELAPS} = \begin{cases} \frac{1-2\alpha_G}{2-2\alpha_G} & \alpha_G < 0,5 \\ \frac{3-2\alpha_G}{2} & \alpha_G \geq 0,5 \end{cases} \quad (3.35)$$

$$c_{vm-PDE2} = \begin{cases} \frac{1-2\alpha_G}{2-2\alpha_G} & \alpha_G < 0,5 \\ \sqrt{\left[\frac{3-2\alpha_G}{2}\right]^2 - \frac{(\alpha_G-1)(2\alpha_G-1)}{(1+\alpha_G\rho_G/\rho_L-\alpha_G)^2}} & \alpha_G \geq 0,5 \end{cases} \quad (3.36)$$

3.5.3 Fator de Atrito Interfacial

As dissertações de Espedal (1998) e Shaha (1999) trazem uma completa revisão das correlações existentes na literatura para fatores de atrito interfaciais. As duas mais usadas são:

Taitel & Dukler (1976)

$$f_I = f_G \quad (3.37)$$

Andritsos & Hanratty

$$\begin{cases} f_I = f_G & J_G < 5 \text{ m/s} \\ f_I = f_G \left[1 + 15 \cdot \left(\frac{J_G}{5} - 1 \right) \sqrt{\left(\frac{h_L}{D} \right)} \right] & J_G \geq 5 \text{ m/s} \end{cases} \quad (3.38)$$

onde J_G é a velocidade superficial do gás, definida como (Eq. 3.39):

$$J_G = \alpha_G \cdot u_G \quad (3.39)$$

3.5.4 Tensão Cisalhante na Parede

O termo de tensão cisalhante na parede representa a força de atrito exercida pela fase sobre a parede, por unidade de comprimento (de forma a manter a consistência dimensional da formulação). Uma compilação das equações constitutivas para esta força pode ser encontrada em Levy (1999). Uma expressão para o cálculo desta força, baseada numa hipótese de escoamento plenamente desenvolvido em regime estacionário:

$$M_{kw} = T_{kw} = -\frac{\tau_k S_k}{A} \quad (3.40)$$

onde S_k é o perímetro molhado pela fase k e τ_k é a tensão cisalhante na parede de contato da fase k , sendo normalmente expressa pela seguinte expressão constitutiva, em função do fator de atrito de Moody para a fase k , f_k :

$$\tau_k = \frac{1}{2} f_k \rho_k u_k |u_k| \quad (3.41)$$

3.5.5 Fatores de Atrito na Parede

Existem diversas correlações para fator de atrito na parede para escoamento monofásico de gás ou líquido presentes na literatura (e. g., Zigrang & Silvester, 1985). É comum modelar o fator de atrito de escoamento bifásico usando as correlações monofásicas. Uma das propostas encontradas explicitamente para escoamento bifásico é a modificação da correlação de Blasius proposta por Taitel & Dukler (1976), que pode ser descrita na forma:

$$f_k = \max \left[\frac{16}{\text{Re}_k}, \frac{0,046}{\text{Re}_k^{0,2}} \right] \quad (3.42)$$

onde Re_k é o número de Reynolds para a fase k definido como (Eq. 3.43):

$$\text{Re}_k = \frac{\rho_k D_{hk} |u_k|}{\mu_k} \quad (3.43)$$

A grandeza D_{hk} representa o diâmetro hidráulico equivalente para o escoamento na fase k .

No caso de escoamento de líquidos, duas correlações adicionais para o fator de atrito de Moody foram testadas e podem ser citadas, quais sejam, Hand (1991) e Srichai (1994), onde ambas podem ser expressas na forma a seguir:

$$f_L = c_1 \left(\alpha_L^2 \text{Re}_L \frac{D_i}{D_{hL}} \right)^{c_2} \quad (3.44)$$

As constantes c_1 e c_2 por correlação da Eq. (3.44) pode ser encontrada na Tabela.

3.1 a seguir para:

Tabela 3-2 – Constantes para a Eq. (3.44).

	c_1	c_2
Hand (1991)	0,0262	-0,139
Srichai (1994)	0,762	-0,562

3.6 PFM-2 (“Pressure Free Model” – 2 Equações)

3.6.1 Introdução

A maior parte das formulações para o modelo de Dois Fluidos apresenta um conjunto de equações de balanço não conservativo. Assim, métodos numéricos eficientes usados para resolução de escoamentos monofásicos não podem ser empregadas neste tipo de modelagem, sendo novos métodos numéricos, complexos e consumidores de grande tempo de computação, requeridos para tal. Entretanto a modelagem apresentada por Watson (1990), denominação Pressure Free Model (PFM-

2), apresenta suficiente simplificação para permitir uma solução numérica relativamente simples e ao mesmo tempo acurada, conforme descrito a seguir.

3.6.2 Conceituação e Hipóteses Simplificadoras

Partindo-se da hipótese que ambas as fases são incompressíveis, o modelo emprega a equação de conservação de quantidade de movimento para as duas fases. A premissa para o escoamento da mistura bifásica é uma configuração gravitacional separada.

3.6.3 Equação de Massa (Continuidade)

Consideradas as hipóteses de fases incompressíveis a conservação de massa pode ser escrita como a soma das conservações das massas nas fases líquida e gás:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L \alpha_L + \rho_G \alpha_G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_L \alpha_L u_L + \rho_G \alpha_G u_G) = 0 \quad (3.45)$$

3.6.4 Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)

O mesmo pode ser feito para o balanço de quantidade de movimento, numa combinação das equações para a fase gás e líquida, de maneira a eliminar o termo de pressão interfacial P_I :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L u_L - \rho_G u_G) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \rho_L u_L^2 - \frac{1}{2} \rho_G u_G^2 + (\rho_L - \rho_G) g \cos \theta h_L \right) = H \quad (3.46a)$$

$$H = -(\rho_L - \rho_G) g \sin \theta + \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) \tau_I S_I + \frac{\tau_G S_G}{A_G} - \frac{\tau_L S_L}{A_L} \quad (3.46b)$$

onde h_i é a altura de líquido e as variáveis ρ_k e u_k são respectivamente a massa específica do fluido, e a velocidade axial da fase k ($k = G, L$). O termo τ_i representa a tensão cisalhante interfacial, ao passo que τ_G e τ_L representam as tensões cisalhantes nas paredes das fases gás e líquida respectivamente. Esses três termos de tensão cisalhante são modelados acima. As grandezas S_I , S_G e S_L representam respectivamente os perímetros molhados da interface, fase gás e fase líquida, enquanto que A_G e A_L denotam a área da seção transversal do escoamento ocupada pela fase gás e pela fase líquida.

As equações de massa e de momentum (3.45) e (3.46) apresentam quatro incógnitas ($u_G, u_L, \alpha_G, \alpha_L$) de modo que outras duas equações se fazem necessárias. A primeira é obtida a partir da restrição geométrica que as áreas ocupadas pela fase líquida e gasosa devem preencher no duto, assim:

$$A_L + A_G = A \quad \text{ou} \quad \alpha_L + \alpha_G = 1 \quad (3.47)$$

A segunda condição é obtida a partir da equação de massa original tanto para a fase gás quanto para a fase líquida. E assumindo que as fases são incompressíveis, dividi-se a equação da continuidade pela massa específica correspondente a cada fase, e finalmente soma as equações, resulta na seguinte relação:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\alpha_L u_L + \alpha_G u_G) = 0 \quad (3.48)$$

Integrando a equação (3.48), chega-se a equação algébrica (3.49) a seguir, onde $Q(t)$ é uma função conhecida (prescrita) do tempo, que depende da vazão volumétrica de entrada no segmento observado.

$$\alpha_L u_L + \alpha_G u_G = Q(t) \quad (3.49)$$

As quatro equações diferenciais originalmente postuladas (duas para a equação de massa e duas para equação de quantidade de movimento), se transformam em duas

equações diferenciais (3.45 e 3.46) e duas equações algébricas (3.47) e (3.49), adequadas para resolução através de métodos numéricos.

Ainda que a pressão interfacial comum às duas fases possa ser obtida diretamente a partir de uma das duas equações de quantidade de movimento (fase gás ou líquida), seu cálculo é desnecessário. Desta forma definiu-se o nome do modelo como *Pressure Free Model, 2 differential equation*, ou simplesmente, modelo PFM-2. Neste modelo não há tratamento explícito da pressão (por ser desnecessário), e há duas equações diferenciais a serem resolvidas. É também conhecido como “Modelo de Watson”, e se aplica bem a escoamentos no padrão estratificado sem grandes variações de temperatura. No entanto, não é adequado ao escoamento com golfadas uma vez que não permite avaliar compressibilidade das diferentes fases.

3.7 SPM-4 (“Single Pressure Model” – 4 Equações)

3.7.1 Introdução

A evolução natural das modelações levou à inclusão da compressibilidade na fase gás, a mais compressível (embora se tenha a noção que a fase líquida também é compressível, especialmente para os condensados em escoamentos bifásicos de fase predominante gás). A compressibilidade da fase gás é, então, determinada através do uso de uma equação de estado.

3.7.2 Conceituação e Hipóteses Simplificadoras

Neste sentido uma modelação de Dois Fluidos mais genérica, usando quatro equações diferenciais, fez-se necessária. O nome dado a esse modelo, Single Pressure Model (SPM-4), ou simplesmente modelo SPM-4, pressupõe a existência de uma única pressão na interface para as fases gás e líquida, e resolve quatro equações diferenciais, sendo uma de massa e outra de quantidade de movimento para cada fase.

3.7.3 Equação de Massa (Continuidade)

Consideradas o novo conjunto de hipóteses, a equação de conservação de massa pode mais uma vez ser escrita como a soma das equações da massa para as fases líquida e gás (Eq. 3.50):

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L)}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

3.7.4 Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)

O mesmo pode ser feito para o balanço de quantidade de movimento, agora com o aparecimento de novos termos (Eq. 3.51):

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G^2)}{\partial x} = -\alpha_G \frac{\partial P}{\partial x} + B_{FG} + T_I + T_{Gw} \\ \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L^2)}{\partial x} = -\alpha_L \frac{\partial P}{\partial x} - P_c \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} + B_{FG} + T_I + T_{Lw} \end{cases} \quad (3.51)$$

onde P_c corresponde uma correção na pressão definida na equação (3.53) e B_{FG} diz respeito às forças de corpo para a fase k ($k = G, L$), definidas por (Eq. 3.52):

$$B_{FG} = -\rho_k \alpha_k g \sin \beta \quad (3.52)$$

3.7.5 Termo para Correção de Pressão na Fase Líquida

A grandeza P_c é uma correção na pressão líquida nas equações de quantidade de movimento (3.53). As modelagens mais recentes (Omgba-Essama, 2003) tendem a usá-la para corrigir distorções de pressão, e. g., propagação de ondas de pressão em escoamento estratificado. A correção proposta em Bonizzi et al. (2001), pode ser escrita como:

$$P_c = \rho_L \alpha_L g (\cos \beta) \frac{dh_L}{d\alpha_L} \quad \Rightarrow \quad P_c \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} = \rho_L \alpha_L g (\cos \beta) \frac{dh_L}{dx} \quad (3.53)$$

3.8 Problemas de Valor de Contorno (PVC)

3.8.1 PFM-2 (“Pressure Free Model” – 2 Equações)

Finalmente, após todo o desenvolvimento das equações de conservação e constitutivas para cada modelo, o PVC pode ser apresentado. Resumindo o modelo PFM-2, obtêm-se o equacionamento abaixo com suas incógnitas, variáveis conhecidas, condições de contorno, iniciais e algumas relações importantes.

Equacionamento

$$\bullet \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_L \alpha_L + \rho_G \alpha_G) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_L \alpha_L u_L + \rho_G \alpha_G u_G) = 0 \quad (3.54a)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_L u_L - \rho_G u_G) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \rho_L u_L^2 - \frac{1}{2} \rho_G u_G^2 + (\rho_L - \rho_G) g \cos \theta h_L \right) = H \quad (3.54b)$$

$$H = -(\rho_L - \rho_G) g \sin \theta + \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) \tau_I S_I + \frac{\tau_G S_G}{A_G} - \frac{\tau_L S_L}{A_L} \quad (3.54c)$$

$$\bullet \quad A_L + A_G = A \quad \text{ou} \quad \alpha_L + \alpha_G = 1 \quad (3.54d)$$

$$\bullet \quad \alpha_L u_L + \alpha_G u_G = Q(t) \quad (3.54e)$$

Incógnitas

$$u_L, u_G, \alpha_G, \alpha_L$$

Variáveis Conhecidas

$$A, f_k, f_l, \rho_G, \rho_L$$

Condições de Contorno

$$\text{Entrada: } u_L, u_G, \alpha_G, \alpha_L$$

$$\text{Saída (contorno aberto conservativo): } \dot{m}_{TOTAL_ENT} = \dot{m}_{TOTAL_SAI}$$

Condições Iniciais

Os valores das variáveis $u_L, u_G, \alpha_G, \alpha_L$ são dados em $t=0$ para todo o domínio.

Relações Importantes

$$\alpha_L = \left(\frac{1}{2}\right) \left\{ \pi - \cos^{-1}[X] + X \sqrt{(1-X^2)} \right\} \quad (3.55a)$$

$$X = 2 \frac{h}{D} - 1 \quad (3.55b)$$

$$S_L = D \left[\pi - \cos^{-1} \left(2 \frac{h_l}{D} - 1 \right) \right] \quad (3.56)$$

$$S_G = \pi D - S_L \quad (3.57)$$

$$S_I = D \sqrt{1 - \left(2 \frac{h_l}{D} - 1 \right)^2} \quad (3.58)$$

Apesar de desenvolver toda modelagem que descreve o modelo PFM-2, este não é apresentado nos resultados deste trabalho. Os resultados gerados com este modelo (são livres de pressão, assim, não a calculam) não foram analisados, pois a pressão foi o dado utilizado para a comparação entre os diferentes métodos numéricos e simuladores.

3.8.2 SPM-4 (“Single Pressure Model” – 4 Equações)

O PVC também pode ser apresentado para o modelo SPM-4. Resumindo este modelo, obtêm-se o equacionamento abaixo com suas incógnitas, variáveis conhecidas, condições de contorno e iniciais.

Equacionamento

$$\bullet \quad \frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G)}{\partial x} = 0 \quad (3.59a)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L)}{\partial x} = 0 \quad (3.59b)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G^2)}{\partial x} = -\alpha_G \frac{\partial P}{\partial x} + B_{FG} + T_I + T_{Gw} \quad (3.59c)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L^2)}{\partial x} = -\alpha_L \frac{\partial P}{\partial x} - P_c \frac{\partial R_L}{\partial x} + B_{FG} + T_I + T_{Lw} \quad (3.59d)$$

$$\bullet \quad B_{FG} = -\rho_k \alpha_k g \sin \beta \quad (3.59e)$$

$$\bullet \quad P_c = \rho_L \alpha_L g (\cos \beta) \frac{dh_L}{d\alpha_L} \quad \Rightarrow \quad P_c \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} = \rho_L \alpha_L g (\cos \beta) \frac{\partial h_L}{\partial x} \quad (3.59f)$$

Incógnitas

$$u_L, u_G, \alpha_G, \alpha_L, P$$

Variáveis Conhecidas

$$A, f_k, f_I, \rho_G, \rho_L$$

Condições de Contorno

Entrada: $u_L, u_G, \alpha_G, \alpha_L$

Saída: P

Condições Iniciais

No instante $t = 0$, os valores para as variáveis $u_L, u_G, \alpha_G, \alpha_L$ são prescritos em todo domínio.

4 Capítulo 4 - Métodos Numéricos

4.1 Histórico

Os esforços recentes no domínio de métodos numéricos para solução dos sistemas de equações diferenciais que governam os fenômenos de escoamento de fluidos se deram na área denominada Dinâmica dos Fluidos Computacional (Computational Fluid Dynamics - CFD), ou termo-fluidodinâmica computacional. Assim, nos últimos 20 anos trabalhou-se em direção de melhorar vários aspectos, a saber: a exatidão das formulações numéricas, através de modelagens de ordens superiores por exemplo (Harten, 1983 e Yee, 1989); os algoritmos implementados; as conceituações físicas dos núcleos de resolução como um todo (Patankar, 1981); a utilização de técnicas para refinamento de malhas de discretização; e o emprego de malhas heterogêneas (e. g., Neeman, 1996 e De Zeeuw, 1997) para reduzir o custo computacional das simulações numéricas. No entanto, a literatura é abundante apenas no domínio monofásico, o qual evoluiu consideravelmente em termos de exatidão, robustez e eficiência de processamento. O domínio bifásico ou multifásico, além de oferecer uma documentação inferior em número e, muitas vezes em resultados, acresce dificuldades outras (que talvez expliquem os resultados inferiores), tais como as dificuldades numéricas de formulações por vezes não conservativas e não hiperbólicas. Outra questão que definiu os desdobramentos da evolução da modelação bifásica foi o fato destas serem muitas das vezes proprietárias de consórcios de corporações petrolíferas. Este fato pode ter tornado seu desenvolvimento isolado e lento.

Em meio a tais dificuldades, alguns métodos numéricos dedicados ao escoamento bifásico surgiram, e podem ser divididos em dois grupos com base no tratamento do termo de pressão: (i) algoritmos para soluções implícitas de pressão e (ii) os algoritmos que usam a pressão explicitamente. No primeiro grupo, pode-se citar o “Inter Phase Split Algorithm” (IPSA) e suas variações apresentadas por Spalding (1980 e 1983), bem como o “Implicit Multi Field (Algorithms)” (IMF) idealizado e proposto por Harlow & Amsdem (1975), Stewart (1979) e Mahaffy (1982), e revisitado por Darwish & Moukalled (2001) no desenvolvimento do código TRIOMPH do Imperial College (Issa

& Kempf, 2003). Entretanto os métodos do primeiro grupo são praticamente particularizados para cada caso, ou seja, há dificuldades em sua generalização, o que provocou o desenvolvimento dos métodos do segundo grupo de algoritmos (Stadke et al., 1994; Toumi, 1996; Tiselj & Petelin, 1997; Faille & Heinze, 1999 e Romate, 2000), que envolve, dentre outras técnicas, a captação de ondas de choque.

4.2 Formulação Geral das Equações

O capítulo 3 ofereceu duas modelagens distintas (PFM-2 e SMP-4), uma em cada grupo discutido nos parágrafos acima. Mais do que isso, a formulação PFM-2 apresenta uma formulação conservativa, e a formulação SMP-4 uma não conservativa.

4.2.1 PFM-2

Considere a Eq. (4.1) a seguir, que reflete uma maneira generalizada de escrever as Eqs. (3.48) e (3.49) em uma forma conservativa.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \quad (4.1)$$

onde Q é um campo vetorial de variáveis conservativas, tais como massa e quantidade de movimento, como sugerido na Eq. (3.49). Os termos F e S são funções algébricas apenas de Q , e refletem os fluxos e termos fonte da Eq. (3.49), respectivamente.

4.2.2 SPM-4

A modelagem não conservativa SPM-4 é expressa de acordo com a Eq. 4.2 a seguir:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = H \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} + S \quad (4.2)$$

onde o termo $H \cdot \partial Q / \partial x$ na Eq. (4.2) representa os termos não conservativos, e os termos Q , F e S apresentam os mesmos significados descritos na Eq. (4.1).

O sistema de equações não-linear é então reescrito utilizando a equação da continuidade (3.50) e a equação de momentum (3.51). Se todas as quatro equações são colocadas juntas, em seguida, os parâmetros Q , F , H e S , podem ser identificados da seguinte forma (Eqs. 4.3a, 4.3b, 4.3c e 4.3d):

$$Q = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G \\ \rho_L \alpha_L \\ \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \\ \rho_G \alpha_G u_G^2 + \alpha_G P \\ \rho_L \alpha_L u_L^2 + \alpha_L P \end{bmatrix} \quad (4.3a,b)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P/\rho_L & 0 & 0 \\ 0 & (P - P_c)/\rho_L & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{FG} + T_I + T_{Gw} \\ B_{FL} + T_I + T_{Lw} \end{bmatrix} \quad (4.3c,d)$$

4.3 Métodos para sistemas conservativos

A abordagem conservativa é a mesma usada na maior parte dos pacotes CFD, qual seja, diferenças finitas, em abordagens explícitas. Diversos livros texto de métodos numéricos as trazem com riqueza de detalhes, dentre eles Fletcher (1988), Hirsch (1990), LeVeque (1990), Toro (1997) e Laney (1998).

A técnica consiste em aproximar as derivadas parciais das equações de balanço através de quocientes de diferenças algébricas, o que resultará num sistema de equações algébricas para a variável dependente em cada ponto da malha. Para o sistema conservativo proposto pela Eq. (4.1) a discretização por diferenças finitas pode ser expressa por:

$$Q_j^{n+1} = Q_j^n - \gamma \cdot (\hat{F}_{j+1/2} - \hat{F}_{j-1/2}) + \Delta t \cdot S_j \quad (4.4)$$

onde Δt é o passo de tempo, $\gamma = \Delta t/\Delta x$ (sendo Δx o tamanho da discretização espacial da malha no ponto) e \hat{F} é o fluxo numérico, cuja expressão define a abordagem numérica.

Duas abordagens numéricas para o termo de fluxo em sistemas conservativos são apresentadas dentre as diversas existentes na literatura: Friedrichs/Richtmyer/Force, retirada de Toro (1997) e FCT (Flux Corrected Transport - Boris & Book, 1976). A razão da escolha se deve ao caráter genérico dessas abordagens no que diz respeito a sua extensão para sistemas não lineares sem a necessidade do uso do problema de Riemann citada em Toro (1997). No entanto, são mais dissipativos e menos exatos que sistemas do tipo upwind. Desta forma, dois métodos upwind são apresentados neste trabalho e seguem descritos nos próximos parágrafos: Rusanov & TVD Lax-Friedrichs.

4.3.1 Lax-Friedrichs

O método de Lax-Friedrichs é um esquema central de primeira ordem baseado na obra de Hirsch (1990) e Toro (1997). O termo de fluxo é dada pela equação (4.5):

$$\hat{F}_{j+1/2}^{LF} = \frac{1}{2} \cdot \left[F(Q_j^n) + F(Q_{j+1}^n) - \frac{1}{\tau} \cdot (Q_{j+1}^n - Q_j^n) \right] \quad (4.5)$$

4.3.2 Richtmyer

O método Richtmyer (também conhecido como Lax Wendroff duas etapas), é caracterizado por um esquema de segunda ordem tanto no tempo quanto no espaço descrito em (Hirsch, 1990).

Os vetores de estado e do termo de fluxo são dadas pelas Eqs. (4.6) a (4.8):

$$Q_{j+1/2}^n = \frac{1}{2} \cdot (Q_{j+1}^n + Q_j^n) \quad (4.6)$$

$$\bar{Q}_{j+1/2} = Q_{j+1/2}^n - \frac{\tau}{2} \cdot [F(Q_{j+1}^n) - F(Q_j^n)] - \frac{\Delta t}{2} \cdot S(Q_{j+1/2}^n) \quad (4.7)$$

$$\hat{F}_{j+1/2}^{RI} = \frac{1}{2} \cdot [F(\bar{Q}_{j+1/2}^n)] \quad (4.8)$$

4.3.3 FORCE

FORCE (*First-Order-Centred Scheme*) é um método de esquema central de primeira ordem, e como o nome sugere, um método de primeira ordem no espaço e no tempo baseado em Toro (1997). O termo de fluxo é dada pela equação (4.9):

$$\hat{F}_{j+1/2}^{FORCE} = \frac{1}{2} \cdot [\hat{F}_{j+1/2}^{LF} + \hat{F}_{j+1/2}^{RI}] \quad (4.9)$$

4.3.4 FCT

FCT (*Flux-Correct-Transport*) é um esquema central de segunda ordem tanto no tempo quanto no espaço, baseado na solução dos termos conservativos (Q) vindos do método de Richtmyer, apoiado em Boris & Book (1976), Book et al. (1975) e Lezeau & Thompson (1998).

Considere Q^n como sendo a solução do passo anterior de tempo e \tilde{Q} a nova solução atualizada, gerada pelo esquema de segunda ordem de Richtmyer. Assim, o algoritmo FCT descrito a seguir consiste nos seguintes passos, e pode ser encontrada no segundo volume de (Fletcher, 1988). Os termos de fluxo e os vetores de estado são dados pelas Eqs. (4.10) a (4.15):

Fluxo Difusivo

$$F_{j+1/2}^d = \nu_{j+1/2} \cdot (Q_{j+1}^n - Q_j^n) \quad (4.10)$$

onde $\nu_{j+1/2}$ é o coeficiente de difusão e tem o valor constante de 0,125 segundo (Omgba-Essama, 2004). Esse valor, no entanto pode ser melhorado por tentativa e erro para cada simulação.

Solução de Difusão

$$Q_{j+1/2}^d = \tilde{Q} + (F_{j+1/2}^n - F_{j-1/2}^n) \quad (4.11)$$

Fluxo Anti-Difusivo

$$F_{J+1/2}^{ad} = \mu_{j+1/2} \cdot (\tilde{Q}_{j+1} - \tilde{Q}_j) \quad (4.12)$$

onde $\mu_{j+1/2}$ é o coeficiente de anti-difusão e tem igualmente o valor constante de 0,125 segundo (Omgba-Essama, 2004). Aplica-se aqui o mesmo comentário realizado para o coeficiente de difusão.

Limitações do Fluxo Anti-Difusivo

$$S = \text{Sign}(F_{J+1/2}^{ad}) \quad (4.13)$$

$$F_{j+1/2}^{cad} = S \cdot \max\left[0, \min\left(S \cdot (\tilde{Q}_{j+1} - Q_j^d), |F_{j+1/2}^{ad}|, S \cdot (\tilde{Q}_{j+2} - Q_{j+1}^d)\right)\right] \quad (4.14)$$

Fluxo FCT

$$\hat{F}_{J+1/2}^{FCT} = F_{J+1/2}^{cad} - F_{J+1/2}^d \quad (4.15)$$

4.3.5 Rusanov

A forma geral da abordagem de fluxo de primeira ordem de Rusanov para sistemas não lineares unidimensionais pode ser expressa como:

$$\hat{F}_{j+1/2}^{RUS} = \frac{1}{2} \cdot \left[F(Q_j^n) + F(Q_{j+1}^n) - \lambda_{j+1/2} \cdot (Q_{j+1}^n - Q_j^n) \right] \quad (4.16)$$

onde $\lambda_{j+1/2}$ é o limite superior da velocidade característica (de onda) em cada célula de discretização, sendo calculada por:

$$\lambda_{j+1/2} = \max \left\{ \max \left(\left| \lambda_j^k \right| \right), \max \left(\left| \lambda_{j+1}^k \right| \right) \right\}, \quad k = 1, N_{eq} \quad (4.17)$$

onde N_{eq} é o número total de equações diferenciais no modelo, i.e. duas para PFM-2 e quatro para o SPM-4.

4.3.6 TDV Lax-Friedrichs

O método é descrito em Yee (1989), o qual propõe uma abordagem TVD (“*Total Variation Diminishing*” – uma variação dentro dos métodos das diferenças finitas) empregada em conjunto com o trabalho de (Van Leer, 1979 – MUSCL) para limitar a excessiva difusão numérica do método.

O esquema numérico resultante é um pouco mais dissipativo que aquele encontrado na abordagem *upwind* de primeira ordem. Variações são também encontradas na literatura, tais como os trabalhos de Barmin et al. (1996) (que traz uma abordagem simplificada) bem como o de Tóth & Odstrèil (1996), abaixo descrito (Eq. 4.18):

$$\widehat{F}_{j+1/2}^{TDVLF} = \frac{1}{2} \cdot [F(Q_{j+1/2}^L) + F(Q_{j+1/2}^R)] - \frac{1}{2-\tau} \cdot \Phi_{j+1/2}^{LR} \quad (4.18)$$

São definidos “vetores de estado” para os lados esquerdo e direito, representados respectivamente por Q^L e Q^R , os quais são formados a partir de um estado intermediário $Q^{n+1/2}$ e das diferenças limitadas $\Delta\bar{Q}^n$ definidas como (Eq. 4.19):

$$Q_{j+1/2}^L = Q_j^{n+1/2} + \frac{1}{2} \Delta\bar{Q}_j^n \quad , \quad Q_{j+1/2}^R = Q_{j+1}^{n+1/2} - \frac{1}{2} \Delta\bar{Q}_{j+1}^n \quad (4.19)$$

O estado intermediário, também conhecido como preditor de valor de passo, é dado pela seguinte equação:

$$Q_j^{n+1/2} = Q_j^n - \frac{\tau}{2} \left[F\left(Q_j^n + \frac{1}{2} \Delta\bar{Q}_j^n\right) - F\left(Q_j^n - \frac{1}{2} \Delta\bar{Q}_j^n\right) \right] \quad (4.20)$$

O limitador de dissipação Φ^{LR} , presente na equação (4.18) é função de algumas médias simétricas Q^{LR} de Q^L e Q^R .

$$\Phi^{LR} = \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \lambda_{j+1/2}^{\max} \cdot (Q^R - Q^L) \quad (4.21)$$

A diferença $\Delta Q^{LR} = Q^R - Q^L$. Muitas outras expressões de funções limitadoras são encontradas em Yee (1989). A seguir descreve-se o limitador minmod .

4.4 Métodos para sistemas não conservativos

O sistema não conservativo de equações, na forma das Eq. (4.2), envolve termos de fluxo conservativos que podem ser resolvidos por esquemas explícitos clássicos de fluxo acima descritos e um termo não conservativo $H \partial Q / \partial x$ que precisa ser especialmente abordado.

Dois tipos de discretização especial podem ser implementados para tais termos e seguem descritos na sequência.

4.4.1 Esquema Minmod (Coquel et al., 1997)

Sua versão de primeira ordem é expressa por:

$$\left(H \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} \right)_j = \frac{H_j}{\Delta x} \cdot \text{Min mod}(Q_{j+1} - Q_j, Q_j - Q_{j-1}) \quad (4.22a)$$

onde a função Minmod é definida por:

$$\text{Min mod}(x, y) = \frac{1}{2} \cdot (\text{sign}(x) + \text{sign}(y)) \cdot \min(|x|, |y|) \quad (4.22b)$$

Essa versão de primeira ordem, implementada no EMAPS com o nome de Mimmod-1 mostrou-se por demais difusiva. Assim foi necessária a utilização de uma discretização de segunda ordem, proposta por (Harten, 1983), qual seja:

$$\left(H \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} \right)_j^n = \frac{H_j^n}{\Delta x} \cdot \text{Min mod} \left[2 \cdot (Q_{j+1}^n - Q_j^n), \frac{1}{2} (Q_{j+1}^n - Q_{j-1}^n), 2 \cdot (Q_j^n - Q_{j-1}^n) \right] \quad (4.23a)$$

onde a função Minmod ganha uma nova forma agora descrita a seguir:

$$\text{Minmod}(x, y) = \begin{cases} \min(|x|, |y|, |z|) & \text{se } \text{sign}(x) = \text{sign}(y) = \text{sign}(z) \\ 0 & \text{do contrário} \end{cases}. \quad (4.23b)$$

4.4.2 Esquema Central

A discretização central simplificada pode igualmente ser implementada para o termo não conservativo, numa abordagem de segunda ordem para espaço conforme segue abaixo (Eq. 4.24):

$$\left(H \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} \right)_j = H_j \cdot \frac{Q_{j+1} - Q_{j-1}}{2 \cdot \Delta x} \quad (4.24)$$

Nota-se, entretanto, que esta discretização normalmente gera oscilações numéricas, o que a torna menos adequada que os esquemas de Rusanov-Minmod, ou TVDLF - Minmod para resolver a formulação, dentro da modelagem SPM-4.

4.5 Restrições nos Métodos Numéricos – Passo de Tempo

As modelagens matemáticas e os esquemas numéricos anteriormente descritos podem ser implementados usando um refinamento de malha adaptativo (AMR). Os detalhes para o refinamento adaptativo no tempo podem ser encontrados em Omgba-Essama (2004).

De uma maneira geral o passo de espaço Δx é escolhido pelo conjunto de algoritmos AMR com base na condição CFL (Courant-Friedrichs-Levy), também chamada de número de CFL, caso seja adotada uma formulação de solução explícita. Tal número é dado por:

$$\Delta t = CFL \cdot \frac{\Delta x}{\lambda_{\max}^n} \quad (4.25)$$

onde o valor numérico de CFL é positivo e inferior a unidade. Quanto mais próximo da unidade, mais eficiente o esquema numérico é em termos de estabilidade. O parâmetro

numérico λ_{\max}^n é a maior velocidade de propagação de onda de pressão presente em todo o domínio, e n é o índice de tempo.

Os trabalhos de Toumi (1996), Masella et al. (1998) e Baptista (2007) demonstram que para a maioria dos escoamentos encontrados em dutos de óleo e gás, a velocidade relativa u_r , que caracteriza a velocidade de escorregamento entre as fases, é em geral da ordem de 1 m/s, enquanto a velocidade do som no gás é da ordem de 300 a 400 m/s dependendo da composição do gás. Desta forma podem-se assumir valores estimados para λ_{\max}^n uma vez que não fugirão muito a esse intervalo.

5 Capítulo 5 - Simulações Numéricas

5.1 Introdução

O conjunto de modelagens e métodos numéricos específicos descritos neste trabalho são aplicados em escoamento bifásico presente em gasodutos. Muitas dessas modelagens foram incorporadas no código EMAPS desenvolvido pela universidade de Cranfield, o qual serviu de base a esta dissertação. O objetivo primordial foi levantar as principais potencialidades e limitações do código em termos da aplicação fim, elencando para tanto dois casos padrões típicos de gasodutos bifásicos. Tais casos foram inicialmente validados contra o OLGA (2006 e 2008) que é um simulador comercial de grande aceitação da indústria.

5.2 Código EMAPS

5.2.1 O Que é o Código EMAPS

O EMAPS, *Eulerian Multiphase Adaptive Pipeline Solver* (2006), é um código computacional desenvolvido pelo grupo de computação e matemática aplicada da Universidade de Cranfield, sob o projeto multicliente TMF (*Transient Multiphase Flow*), do qual a PETROBRAS faz parte. Este código traz as principais modelagens, bem como os métodos numéricos descritos no capítulo 4.

Trata-se de um código escrito em FORTRAN fazendo uso intensivo de recursos de orientação a objetos tais como herança, polimorfismo, tipos abstratos de dados, alocação dinâmica de memória e referências avançadas de tipos indexados (matrizes), requerendo dessa forma as versões mais atuais dos compiladores FORTRAN. A documentação não explicita o requisito mínimo da versão do compilador FORTRAN, mas após sua análise, concluiu-se que o padrão FORTRAN 2003 é o mais adequado, embora o padrão FORTRAN 95 aparentemente seja suficiente.

Foi inicialmente desenvolvido para o ambiente Linux, de sorte que teve que ser portado para o ambiente Windows (no qual esta dissertação se desenvolveu), o que exigiu a recriação de todos os elementos de compilação, e muitas adaptações do código no novo ambiente.

Conceitualmente se aproxima mais dos *solvers* de pacotes comerciais CFD (*Computational Fluid Dynamics*), i. e., sua proposta é ser um módulo com diversos núcleos de soluções, aqui representado pelos diferentes modelos bem como diferentes métodos numéricos, e não uma ferramenta direcionada a um único domínio, como é o caso dos simuladores comerciais de escoamento.

5.2.2 Como o EMAPS Funciona

O projeto do EMAPS prevê dois conjuntos de módulos que caracterizam duas funcionalidades: (i) pré-processamento e (ii) simulação.

O conjunto de módulos de pré-processamento, chamado PRE-EMAPS, é dividido, de acordo com a sintaxe de modularidade e reusabilidade do padrão FORTRAN 95, i. e., *module* (módulos, que contem todas as rotinas a serem chamadas) e *application* (aplicação, que contem o arquivo com a seqüência de chamadas das rotinas e, normalmente, é a cabeça do projeto dentro do ambiente de desenvolvimento).

Tal conjunto apresenta todos os módulos necessários à compilação do pré-processador do pacote, que tem por função solicitar, via console, os dados necessários à compilação e colocá-los nos arquivos texto correlatos. Conforme comentado, o EMAPS foi concebido para ambientação Linux e, sendo assim, esta interface é executada numa janela DOS quando portada para o ambiente Windows, apresentando poucos recursos de edição. Esse conjunto deve ser compilado à parte, i. e., não depende dos outros.

Os arquivos “*module*” que compõe o pre-emaps são: Pre_banner.f90, pre_control.f90, pre_error.f90, pre_fluids.f90, Pre_friction.f90, Pre_general.f90, Pre_heat.f90, Pre_io_data.f90, pre_model.f90, pre_pipe.f90 e pre_problem.f90. O arquivo “*application*” chama-se pre_emaps.f90.

O conjunto de módulos de simulação propriamente dita, ou EMAPS, traz as rotinas que dão suporte à modelagem tais como métodos numéricos, determinação do padrão de escoamento, cálculo de fatores de atrito diversos bem como rotinas que refinam a grade de discretização das soluções.

São seguintes os arquivos que compõem esse conjunto de módulos: `Adapt.f90`, `banner.f90`, `basic.f90`, `boundary1.f90`, `commons.f90`, `error.f90`, `flow_regime.f90`, `flow_ausm2.f90`, `flux_basic.f90`, `flux_tdv.f90`, `flux_wrapper.f90`, `friction_drag.f90`, `Friction_wall.f90`, `grid.f90`, `heat.f90`, `hydraulic.f90`, `initial1.f90`, `io_files.f90`, `la_gauss.f90`, `limiter.f90`, `matrices.f90`, `nct_scheme.f90`, `nr_eigenvalue.f90`, `nr_rootfinder.f90`, `nr_util.f90`, `numeric_kinds.f90`, `output.f90`, `pipe.f90`, `pv_interface.f90`, `pv_relax.f90`, `setting.f90`, `simulator.f90`, `slip_velocity.f90`, `solvers.f90`, `string_lib.f90`, `taitel_1976.f90`, `thermodyn.f90`, `time_data.f90`, `video.f90`.

Um terceiro conjunto de módulos, definidos apenas por uma questão de organização, traz as modelagens em si, quais sejam as diferentes soluções propostas para resolver o conjunto de equações que governam o escoamento. Dentre os principais modelos tem-se o PFM-2, o SPM-4 e o *Drift-Flux*. Aqui reside um detalhe importante da forma de compilação do EMAPS para a ambientação Windows: apenas um, e somente um desses módulos pode ser compilado de uma única vez. Cada modelagem deve ter um arquivo binário independente neste ambiente, o que não acontece no ambiente Linux, onde o pré-processor é capaz de escolher o módulo a ser executado.

São seguintes os arquivos que compõem este terceiro conjunto de módulos: `Burger.f90`, `drift.f90`, `drift_flux_3k6.f90`, `drift_flux_3P.f90`, `euler.f90`, `shallow.f90`, `spm4s.f90`, `three_phase.f90`, `watson.f90`. Mais uma vez, apenas um destes arquivos pode estar presente no mesmo diretório onde os arquivos “module” do EMAPS são encontrados.

O arquivo “application” do EMAPS, chama-se `emaps.f90`. Nele está toda a ordenação de chamadas de cada uma das rotinas para que se gere um código binário executável.

5.2.3 Compilando o Código

Conforme já comentado, qualquer compilador FORTRAN compatível com o padrão FORTRAN 95 poderá compilar o código.

O pré-processor deve ser compilado à parte. Para tanto basta colocar todos os arquivos referentes a esse conjunto de módulos no mesmo diretório, e colocar esse diretório na variável de ambiente do compilador que contém o local onde os arquivos fontes devem ser buscados.

O simulador deve ser compilado da mesma forma, apenas atentando para o fato de que somente um arquivo de modelagem pode estar presente no mesmo diretório dos arquivos do tipo “module”.

5.2.4 Limitações do Código

Embora traga em seus módulos os modelos e métodos numéricos necessários ao problema, a versão do EMAPS usada neste projeto (versão 3.5, de março de 2006) apresenta característica ainda acadêmica, onde funcionalidades básicas estão ausentes, tais como: (i) a possibilidade da configuração de um perfil altimétrico; (ii) abordagem térmica (seus casos são isotérmicos); (iii) um modelo de acompanhamento de golfadas de líquidos mais abrangente, que permita calcular os efeitos destes na pressão do escoamento, especialmente frente a golfadas de terreno, e (iv) o fato de considerar a fase líquida incompressível, o que introduz incertezas no caso de condensados.

Outra limitação é a ausência de pré- e pós-processamentos amigáveis para o usuário, o que impõe uma dificuldade relevante em seu uso. A entrada de dados se dá ou pela edição direta de arquivos textos pré-formatados ou através do pré-processador, o qual traz apenas uma caixa de diálogo MS-DOS que não permite correção de dado digitado errado. A saída de dados também se dá em arquivos texto, os quais podem ser, com algum esforço de processamento intermediário, migrados para planilhas eletrônicas ou programas específicos de traçado de gráficos, e a partir daí “plotados”.

5.3 Código OLGA

O Pacote OLGA (acrônimo do Norueguês para Analisador de Escoamento em Óleo, Líquido e Gás) é um simulador numérico unidimensional de escoamento polifásico em dutos e instalações de produções dedicado à indústria de óleo e gás. Seu histórico se confunde com a história da aplicação de royalties de petróleo no desenvolvimento técnico-científico, hoje difundido praticamente de forma globalizada: o estado norueguês criou uma lei na década de 70 na qual uma fração dos royalties deveria compulsoriamente ser aplicada no desenvolvimento de tecnologia na área de petróleo. Assim, a soma dos royalties referentes a um consórcio de empresas que

atuavam na parte norueguesa do Mar do Norte decidiu por desenvolver um código de escoamento polifásico a partir de um código inicialmente planejado para a indústria nuclear.

Durante suas mais de três décadas, seu desenvolvimento esteve sob diferentes comandos: inicialmente era gerido pelo consórcio e a partir da década de 90 passou a ser comercializado pela empresa norueguesa Scandpower (ScandPower, 2010) e seu desenvolvimento ficou sob a responsabilidade conjunta do instituto Norueguês SINTEF (SINTEF, 2010) e da citada empresa.

Diversos programas conjuntos patrocinados pelas empresas foram desenvolvidos nesse período, sendo o mais conhecido o programa OVIP (Olga Verification and Improvement Projects) no qual dados experimentais foram obtidos oriundos de diversas companhias, bem como do Loop norueguês de Trondheim. Este é, na realidade, um dos maiores laboratórios de escoamento multifásico dedicado à indústria de óleo e gás, gerenciado pelo SINTEF.

No momento encontra-se em sua última versão unidimensional (a próxima já será bidimensional), a versão 6. No entanto, sua versão mais usada e validada de forma geral pelas companhias e pelo SINTEF foi a versão 5 cuja descrição segue no anexo A. A referência clássica para tal descrição é o trabalho de Bendiksen et al. (1991).

A descrição conceitual se baseia na seguinte abordagem: a fase gás, e a divisão da fase líquida em duas frentes, uma na parede, e outra dispersa no interior do duto, sem considerar os efeitos da parede, não por uma questão de camada limite, mas por uma questão de descontinuidade em maior ou menor grau da fase líquida. Essa fase dispersa é chamada de gotículas de líquido (*Liquid droplets*).

A versão 5 traz uma modelagem de três equações de massa, sendo uma para a fase gás, outra para a fase líquida na parede e a terceira para a fase líquida dispersa. Três equações de quantidade de movimento para cada uma das fases e uma equação da energia para a mistura. A versão 5 assume dois diferentes tratamentos das equações, um para o escoamento dito separado (onde se inclui os regimes anular e estratificado) e outra para o escoamento dito distribuído, onde aborda todos os outros regimes de escoamento. Bendiksen et al. (1991) descrevem seu método numérico de solução, que é de primeira ordem tanto no tempo quanto no espaço.

A versão 6 apresenta três variações importantes em relação a 5: (i) separa as fases líquidas por miscibilidade, criando novas equações para água independentes das equações para óleo, tanto na abordagem de massa, quanto de momentum; (ii) seu

método numérico é de segunda ordem no espaço e (iii) é paralelizada, ou seja tira proveito de todos os processadores que a máquina possui.

5.4 Caso Base

5.4.1 Objetivo

Definiu-se inicialmente um cenário teórico típico de interesse da indústria, qual seja, um duto de 100 km, com uma vazão aproximada de gás de 2 milhões de metros cúbicos padrão por dia, com a presença de condensados e suas golfadas operando em regime permanente e transiente. A pressão em sua chegada (cauda) é de 30 barg, típica das plantas de tratamento de gás natural existentes em projetos reais desses dutos. A discretização usada no caso base foi de 1 km (todo o segmento está discretizado em 100 partes), e o valor do parâmetro CFL foi de 0,1. Busca-se analisar aspectos da solução em regime permanente e transiente. O objetivo maior desta investigação é apreciar a qualidade da solução em relação ao OLGA, bem como o tempo de sua execução frente a diferentes opções de simplificação, uma vez que se destina a aplicação em tempo real, e não há garantias objetivas que possa acontecer num tempo inferior ao tempo real.

5.4.2 Dados do Duto

Os dados de configuração do gasoduto seguem na Tabela 5-1 abaixo.

Tabela 5-1 – Dados de configuração do duto de referência.

Diâmetro (in)	11,938
Comprimento (km)	100,0
Rugosidade (in)	0,0018
Inclinação (graus)	0,0

5.4.3 Inclinação e Altimetria

De forma a avaliar os efeitos da altimetria ou da inclinação nos resultados do EMAPS, dois conjuntos de ensaios foram realizados: (i) duto plano horizontal e (ii) duto inclinado, com uma pequena elevação capaz de colocar a cauda (saída) do duto numa altura entre 1500 e 2000 m, tipicamente encontrado em casos reais.

5.4.4 Definir os Fluidos Utilizados

De forma a validar o uso do software, dois conjuntos de fluidos foram usados a saber: o primeiro, apenas com ar e água, visando verificar a consistência das formulações de cada software; a segunda, com uma mistura de gás e condensado egressa do poço ESS-089 do campo de Peroá, na Bacia do Espírito Santo, fornecido pela PETROBRAS. Para este segundo caso, a Figura 5-1 que traz a variação das massas específicas de óleo e gás em função da pressão, na temperatura de 20° C. Ambos os fluidos foram submetidos aos mesmos conjuntos de ensaios, i. e., com as mesmas condições de contorno e iniciais.

É importante destacar que o pacote OLGA apresenta duas formas distintas para definir a condição de contorno de holdup (fração da seção transversal preenchida com líquido) na cabeça (saída) do duto, no caso permanente. Para fluidos apolares fracamente miscíveis, que é o caso da mistura ar-água, é preciso criar uma condição de contorno informando a fração de gás ou, complementarmente, de líquido. Já no caso de hidrocarbonetos em diferentes fases, o equilíbrio líquido-vapor vem direto das condições PVT informadas pela tabela de propriedades PVT fornecida ao código.

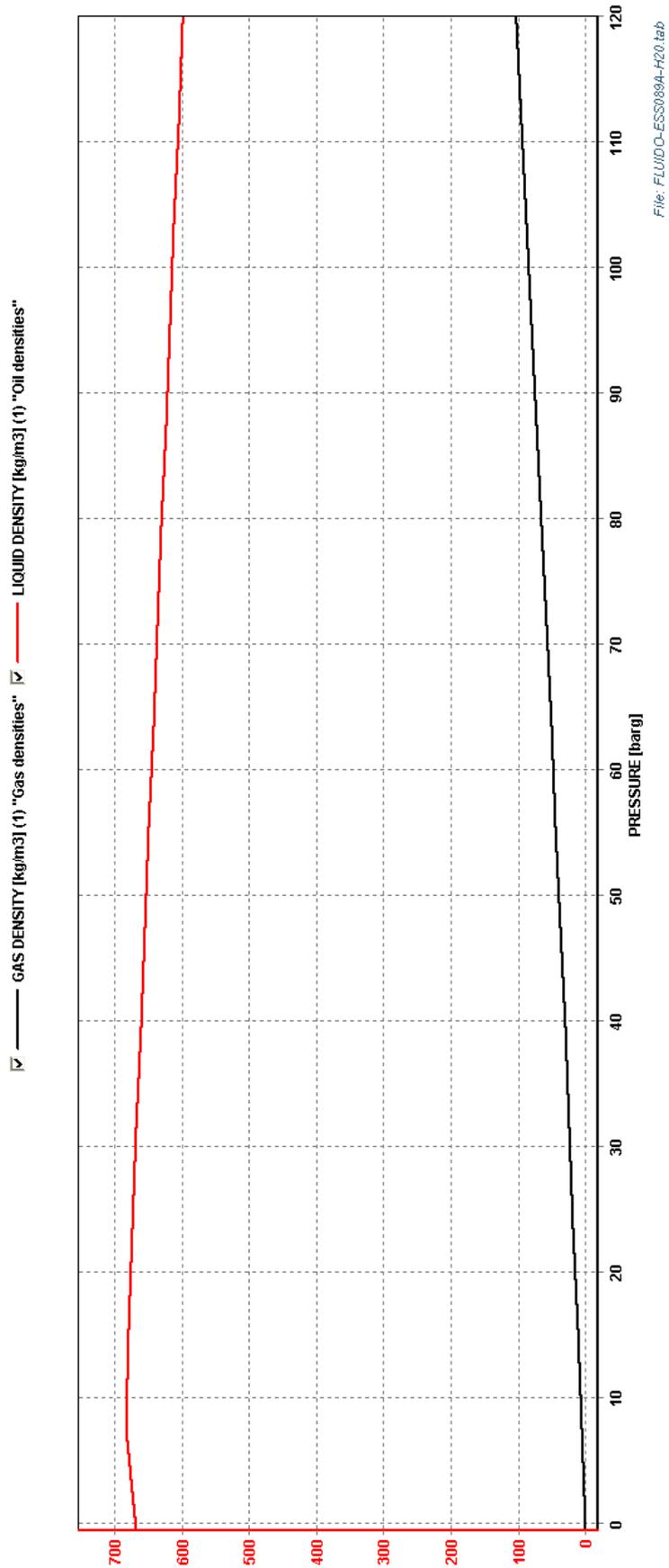


Figura 5-1 – Massa específica x P, para T=20 C, fluido do poço ESS-089.

5.4.5 Propriedades PVT para cada Simulador (EMAPS e OLGA)

O EMAPS traz diferentes modelagens, mas trata os fluidos, em sua maior parte, como incompressíveis em uma das fases ou mesmo em ambas. A modelagem SPM-4 escolhida para esse trabalho corrige apenas a massa específica da fase gás, usando, para esse fim, uma equação de estado simplificada que leva em conta apenas os efeitos de pressão, uma vez que sua modelagem é isotérmica.

O OLGA por sua vez apresenta uma modelagem térmica mais abrangente, onde resolve a equação da energia para a mistura de fases, como parte das equações que governam o fenômeno físico modelado. Em adição, faz uso de uma tabela PVT gerada por outro simulador (PVT Sim, 2008) que emprega um conjunto de opções de equação de estado, dentre elas a equação de Soave-Redlich-Kwon (1972) (SRK) com a correção Peneloux e Rauzy (1982) para a massa específica de líquido.

De maneira a evitar estas disparidades os casos determinados foram todos isotérmicos.

5.4.6 Perdas de Carga para cada Simulador (EMAPS e OLGA)

Todas as simulações usaram as correlações descritas na Tabela 5.2 para o cálculo das perdas de carga. Procurou-se usar as mesmas correlações nos dois simuladores. Isso foi possível para as correlações de atrito na parede tanto da fase gás, quanto da fase líquida. No entanto, devida as diferentes formulações, não foi possível usar a mesma correlação para o escorregamento entre as fases, independente do padrão de escoamento que estivesse vinculado.

Tabela 5-2 – Correlação de atrito utilizadas.

Gás-Parede	Líquido-Parede	Gás-Líquido Estratificado
Moody (1944)	Moody (1944)	Andreussi & Persen (1987)

5.4.7 Regime Permanente para cada Simulador (EMAPS e OLGA)

Os dois simuladores apresentam diferentes formas de lidar com o regime permanente. O EMAPS emprega a modelagem transiente completa e trata a simulação como um transiente normal de acomodação das condições de contorno às condições iniciais onde nenhuma alteração é introduzida a menos de permitir que o próprio passo de tempo avance. Assim, a solução vai evoluindo até que a solução de regime permanente seja atingida.

O OLGA, em sua versão 5, procede de forma análoga. Na versão 6, entretanto, a abordagem muda para simular o regime permanente: todos os termos transientes são retirados da formulação e o sistema gerado é resolvido iterativamente.

5.4.8 Descrição do Caso Base

Para o regime permanente foram comparados os perfis de pressão obtidos com os métodos que constam no EMAPS. A validação se deu contra a mesma simulação executada com o simulador OLGA, usado como referência.

Para o regime transiente, interrompeu-se a alimentação na entrada do duto (cabeça) fazendo a vazão cair a zero em 10 s, a partir do minuto 30, e a pressão cair ao nível atmosférico na cauda numa rampa executada no mesmo intervalo de tempo. A partir daí analisou-se as curvas também de pressão nos tempos de 1 h e 6 h. Uma única análise para o caso inclinado foi feita com 15 h de simulação para desqualificar uma das modelagem. Esta simulação corresponde à interrupção da produção na cabeça (entrada) com a abertura concomitante da cauda (saída) para a atmosfera.

5.4.9 Condição de Contorno

Considere a Tabela 5-3, a qual traz as condições de contorno usadas nos diferentes ensaios. A imposição de tais condições respeita a forma com que tais simuladores as requerem, i. e., cada pacote o faz de uma maneira diferente.

Tabela 5-3 – Condições de contorno dos ensaios.

	P (barg) ^{E,O}	\dot{m}_{GAS} (kg/s) ^E	\dot{m}_{OLEO} (kg/s) ^E	\dot{m}_{TOTAL} (kg/s) ^O	α^{O}_{LIQ}
Cabeça	C	18,7	1,3	20	0,0623
Cauda	30	-	-	-	-

Obs.: os índices O e E correspondem às condições de contorno dos softwares OLGA e EMAPS respectivamente. O índice C representa a variável a ser calculada na simulação.

5.4.10 Condições Temporais

As tabelas Tabela 6-6 e Tabela 6-7 a seguir trazem as condições temporais usadas nos diferentes ensaios.

Tabela 5-4 – Condições temporais dos ensaios planos horizontais na cabeça (entrada).

Tempo (s)	\dot{m}_{GAS} (kg/s) ^E	\dot{m}_{OLEO} (kg/s) ^E	\dot{m}_{TOTAL} (kg/s) ^O	α^{O}_{LIQ}
0	18,7	1,3	20	0,0623
1800	18,7	1,3	20	0,0623
1810	0	0	0	0,0623
54000	0	0	0	0,0623

Tabela 5-5 – Condições temporais dos ensaios planos horizontais na cauda (saída).

Tempo (s)	P (barg) ^{O,E}
0	30
1800	30
1810	0
54000	0

6 Capítulo 6 - Resultados e Discussões

6.1 Introdução

A primeira iniciativa foi a comparação dos diferentes métodos numéricos, usando a mesma modelagem, inicialmente para a mistura ar-água. O objetivo principal consistiu em verificar a influência da compressibilidade da fase líquida, com relação ao método numérico. Foram testados os métodos de Rusanov (esquema básico, solução de Riemman), Richtmyer (esquema básico, 2a ordem no tempo e no espaço), FORCE “First-Order-Centred Scheme” (esquema básico, 1a ordem), FCT “Flux-Correct-Transport” (esquema básico, com inserção de termos de correção de fluxo) e TVD/Lax Friedrich (esquema de variação total não crescente, primeira ordem), todos descritos no capítulo 4.

6.2 Diferentes Métodos Numéricos – Regime Permanente e Perfil Plano Horizontal

As Figura 6-1 e 6.2 apresentam perfis de pressão obtidos com diferentes métodos numéricos para o modelo SPM-4, simulado em regime permanente e com perfil plano horizontal, para as misturas ar-água e gás-óleo, respectivamente. Como pode ser visto, os métodos que apresentam melhor desempenho comparado ao OLGA são os métodos FCT e Richtmyer.

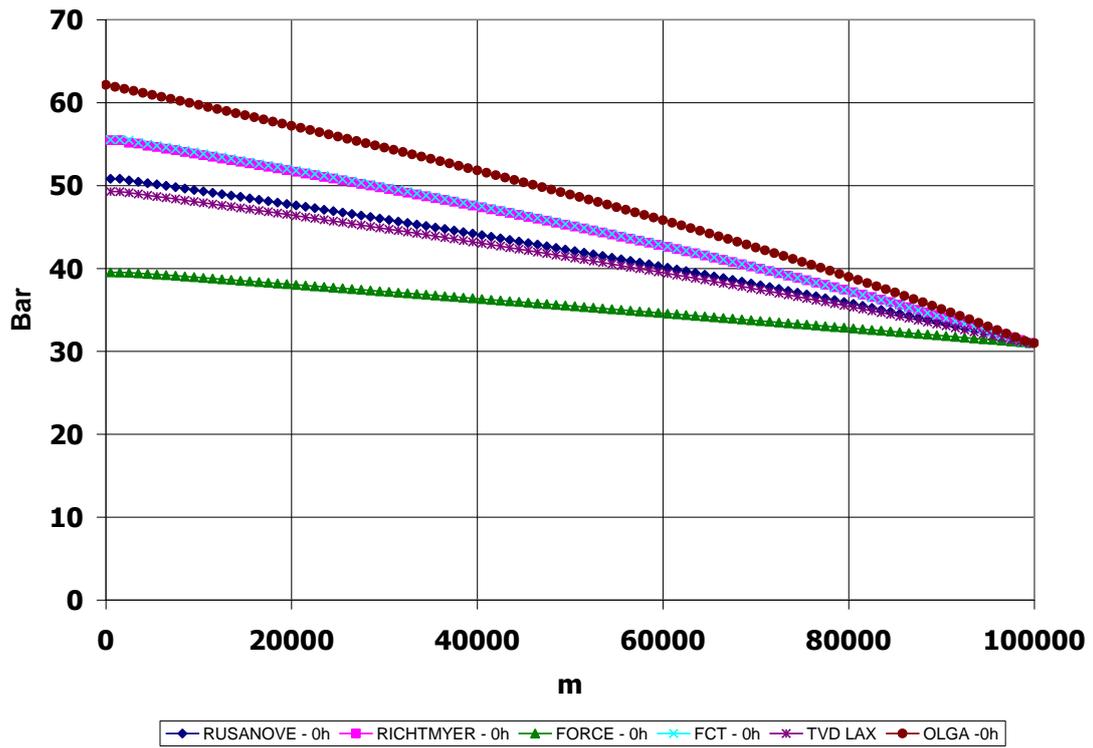


Figura 6-1 – SPM-4, diferentes métodos numéricos, permanente, plano horizontal, mistura ar-água.

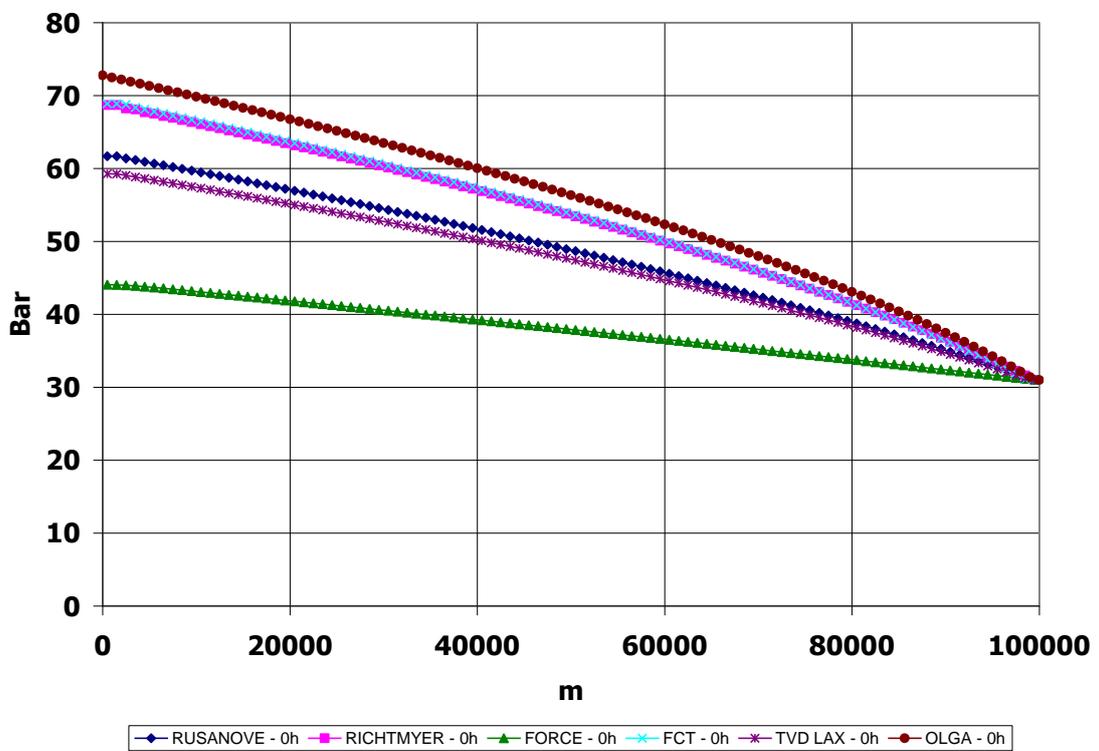


Figura 6-2 – SPM-4, diferentes métodos numéricos, permanente, plano horizontal, gás-óleo.

Considere a Tabela 6-1 a seguir a qual traz os erros associados ao cálculo da pressão na cabeça com base nas perdas de carga em relação a cauda, considerando o OLGA como referência, para a mistura ar-água:

Tabela 6-1 – Desvios encontrados para métodos numéricos, mistura ar-água, plano horizontal.

Método	Rusanov	Richtmyer	FORCE	FCT	TVD/LAX	OLGA
ΔP (barg)	20,81	25,47	9,52	25,55	19,26	32,13(*)
Erro (%)	35	20	70	20	40	--

(*) Valor de referência.

O desvio aparentemente é grande. No entanto, a simulação com hidrocarbonetos mostrou que há algo na simulação ar-água que aumenta consideravelmente os erros, neste caso.

Considere agora a Tabela 6-2 a seguir a qual traz os erros associados ao cálculo da pressão na cabeça de forma análoga a tabela anterior, porém para a mistura gás-óleo:

Tabela 6-2 – Desvios para diferentes métodos numéricos, mistura gás-óleo plano horizontal.

Método	Rusanov	Richtmyer	FORCE	FCT	TVD/LAX	OLGA
ΔP (barg)	31,68	38,69	14,05	38,87	29,26	42,46(*)
Erro (%)	25	9	67	8	31	--

(*) Valor de referência.

Embora os valores de pressão calculados na entrada do duto através dos métodos numéricos descritos no EMAPS ainda não estejam num patamar aceitável comparado ao OLGA, duas conclusões podem ser tiradas: (i) os métodos numéricos FCT e Richtmyer foram os de melhor desempenho nos dois ensaios, pois apresentaram o valor de pressão mais próximo ao valor dado pelo OLGA; (ii) os dados de pressão para a mistura gás-óleo apresentaram desvios consideravelmente inferiores quando comparados aos mesmos para a mistura ar-água (o percentual de erro para cada método é menor na mistura gás-óleo). É adicionalmente possível suspeitar que as diferenças observadas entre os dois simuladores possam ser explicadas tanto pelas diferentes formas com que

cada um deles estima suas propriedades PVT, quanto pela diferença na estimativa dos efeitos de escorregamento entre as fases, i. e., a forma de calcular a tensão entre as fases, já que as tensões entre fase e parede usam as mesmas correlações.

6.3 Diferentes Métodos Numéricos – Regime Transiente e Perfil Plano Horizontal

De acordo com o cenário transiente descrito em 5.4.9, considere a Figura 6-3 bem como a Figura 6.4 a seguir que trazem os resultados dessas execuções para uma hora decorrida do início da simulação, i. e., com 30 min. de esvaziamento.

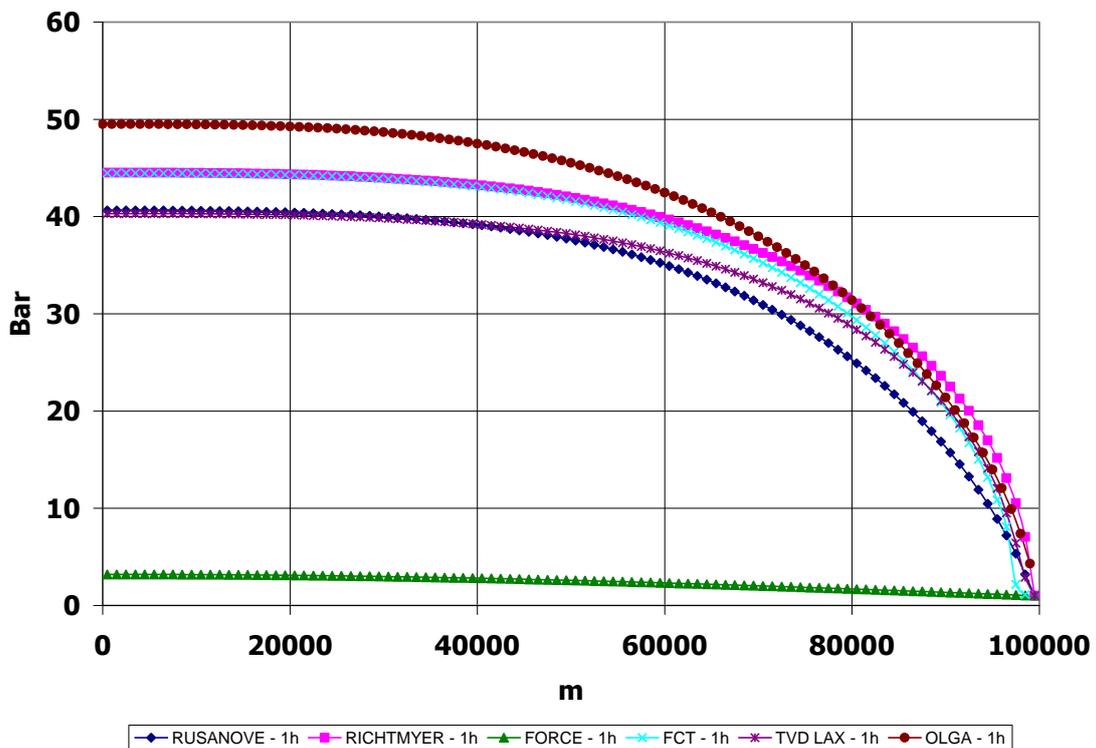


Figura 6-3 – SPM-4, diferentes métodos numéricos, t = 1 h, mistura ar-água.

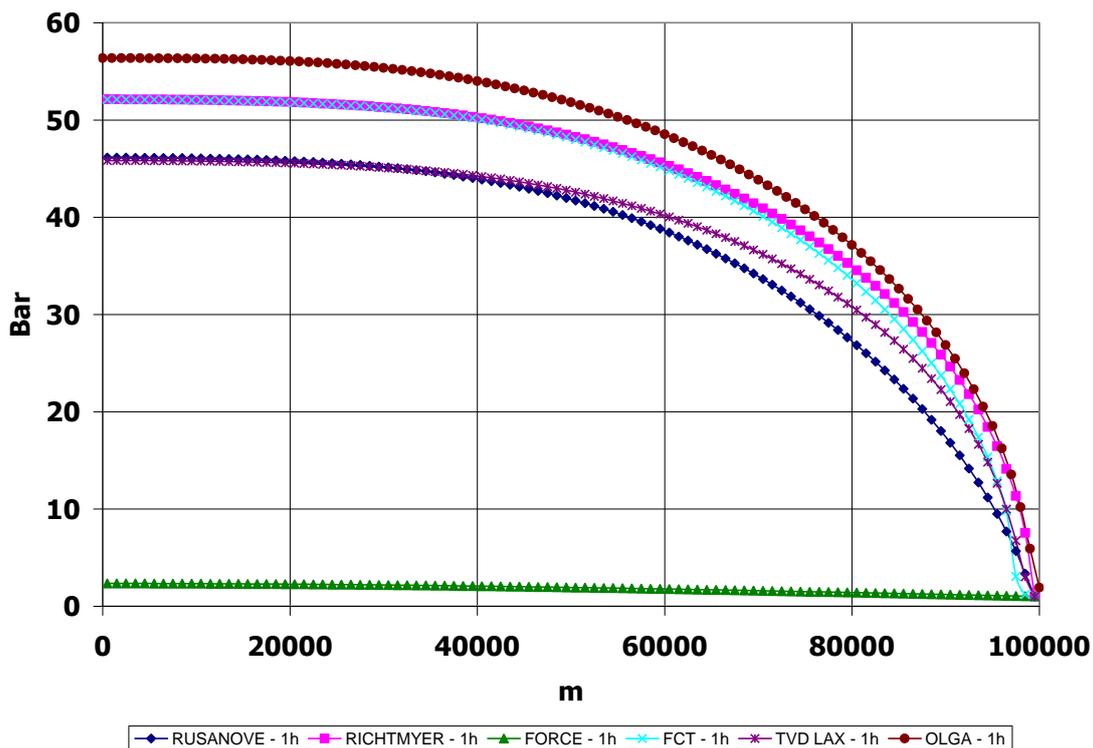


Figura 6-4 – SPM-4, diferentes métodos numéricos, t = 1 h, mistura gás-óleo.

Nas simulações para regime transiente observa-se a mesma discrepância mais acentuada para o caso ar-água, onde se guardou aproximadamente as mesmas diferenças observadas nos casos em regime permanente. Adicionalmente, observam-se pequenas imperfeições próximas ao contorno de cauda no método FCT, que ainda assim continua sendo um dos melhores para o caso transiente, juntamente com Richtmyer. Os dois métodos numéricos se mostram estáveis e acurados entre si. As diferenças nos valores numéricos são atribuídas às modelagens.

6.4 Efeitos da Altimetria com Regime Permanente e Mistura Óleo-Gás

Para apreciação dos efeitos de altimetria, usou-se o mesmo cenário definido em 5.4.8 acrescido agora de uma inclinação de 1 grau, o que provocou uma elevação na cauda do duto de cerca de 1780 m (compatível com as diferenças de cota encontradas em dutos existentes). Adicionalmente reduziu-se a vazão mássica total da mistura a um

quarto da anterior de forma a permitir a formação de golfada de terreno próxima à cabeça do duto. Assim, tem-se a Tabela 6-3 a seguir.

Tabela 6-3 – Condições de contorno do cenário inclinado.

	P (barg) ^{E, O}	\dot{m}_{GAS} (kg/s) ^E	\dot{m}_{OLEO} (kg/s) ^E	\dot{m}_{TOTAL} (kg/s) ^O	$\alpha^{O_{LIQ}}$
Cabeça	C	4,675	0,325	5	0,0623
Cauda	30	-	-	-	-

Obs.: os índices O e E correspondem às condições de contorno dos softwares OLGA e EMAPS respectivamente. O índice C representa a variável a ser calculada na simulação.

Considere a Figura 6-5 que descreve o regime permanente obtido com ambos os simuladores, sem qualquer ajuste de um em direção ao outro (sintonia).

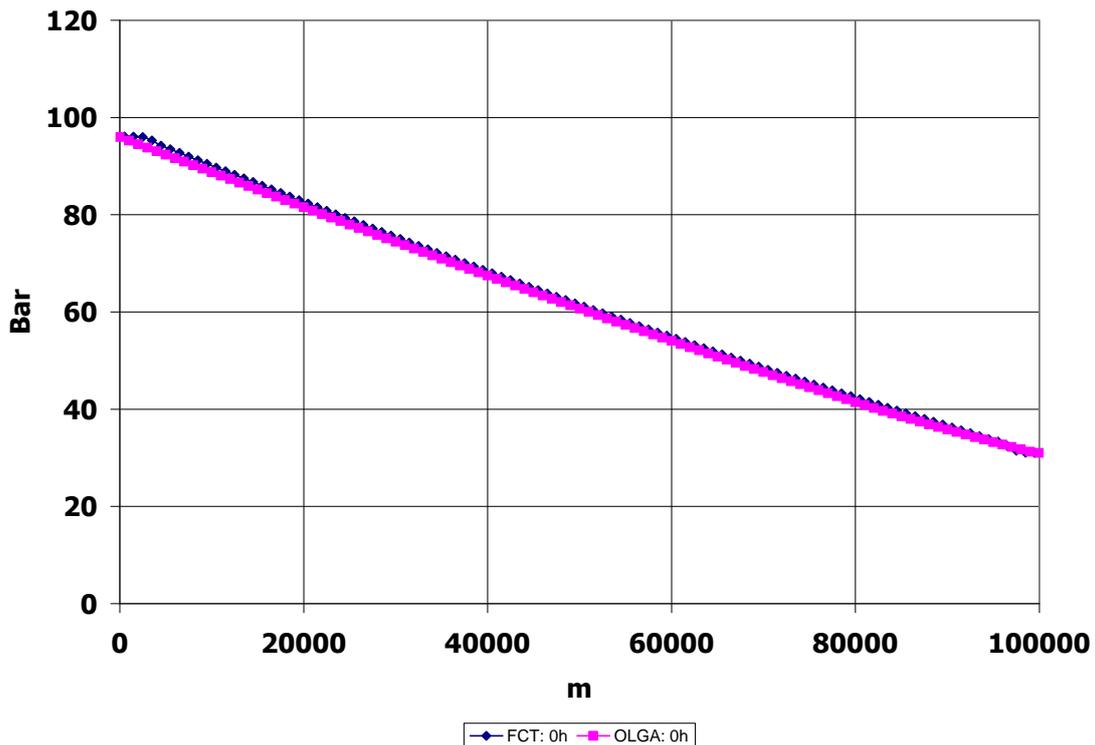


Figura 6-5 – SPM-4, FCT X OLGA, regime permanente, mistura gás-óleo, inclinado 1 grau.

Na Figura 6-5 observam-se pequenas imperfeições próximas aos contornos, embora de magnitude marginal, a serem investigadas no EMAPS (SPM-4/FCT). Os

desvios entre as duas curvas para o dado de pressão de cabeça é inferior a 1%, nessa particular comparação.

É importante salientar que nesse caso específico para regime permanente já existem golfadas hidrodinâmicas representativas dentro da linha, as quais estão sendo bem capturadas por ambos os simuladores. Considere a Figura 6-6 que traz o mapa dos padrões de escoamento dentro do duto definido pelo simulador OLGA. Observa-se um padrão estratificado na cabeça do duto, mas que se transforma em golfada numa longa extensão que tem início antes da metade do comprimento do duto até sua cauda.

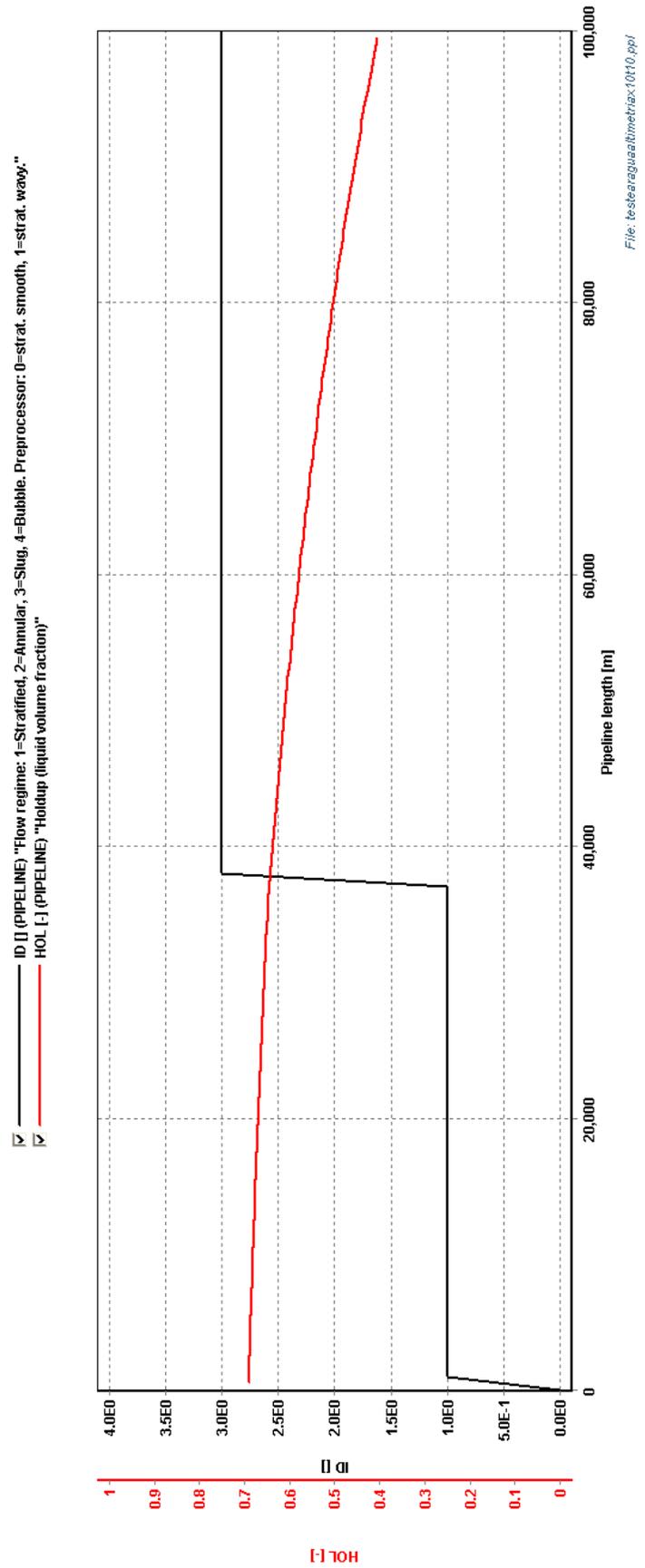


Figura 6-6 – Padrões de escoamento do OLGA, regime permanente, gás-óleo, 1 grau de inclinação.

6.5 Efeitos da Altimetria com Regime Transiente e Mistura Óleo-Gás

Os demais cenários transientes foram mantidos, isto é, com meia hora de escoamento a pressão na cauda (saída) cai a zero, e a vazão na cabeça também, de forma a analisar o que seria um esvaziamento natural deste duto exemplo. A Tabela 6-4 descreve as rampas transientes configuradas em ambos os simuladores.

Tabela 6-4 – Condições temporais do teste com duto inclinado na cabeça (entrada).

Tempo (s)	\dot{m}_{GAS} (kg/s) ^E	\dot{m}_{OLEO} (kg/s) ^E	\dot{m}_{TOTAL} (kg/s) ^O	α^O_{LIQ}
0	4,675	0,325	5	0,0623
1800	4,675	0,325	5	0,0623
1810	0	0	0	0,0623
54000	0	0	0	0,0623

Tabela 6-5 – Condições temporais do teste com duto inclinado na cauda (saída).

Tempo (s)	P (barg) ^{O,E}
0	30
1800	30
1810	0
54000	0

A Figura 6-7 mostra as duas curvas com 1 h de simulação, i. e., meia hora de esvaziamento. No entanto, e diferentemente do caso plano horizontal, no caso inclinado há relevantes diferenças da pressão na cabeça (entrada). Considere a Figura 6-8, bem como a Figura 6-9 a seguir, que trazem as pressões no tempo 6h, que caracteriza o esvaziamento de aproximadamente metade do inventário do duto, e 15 h, onde o duto já está completamente vazio.

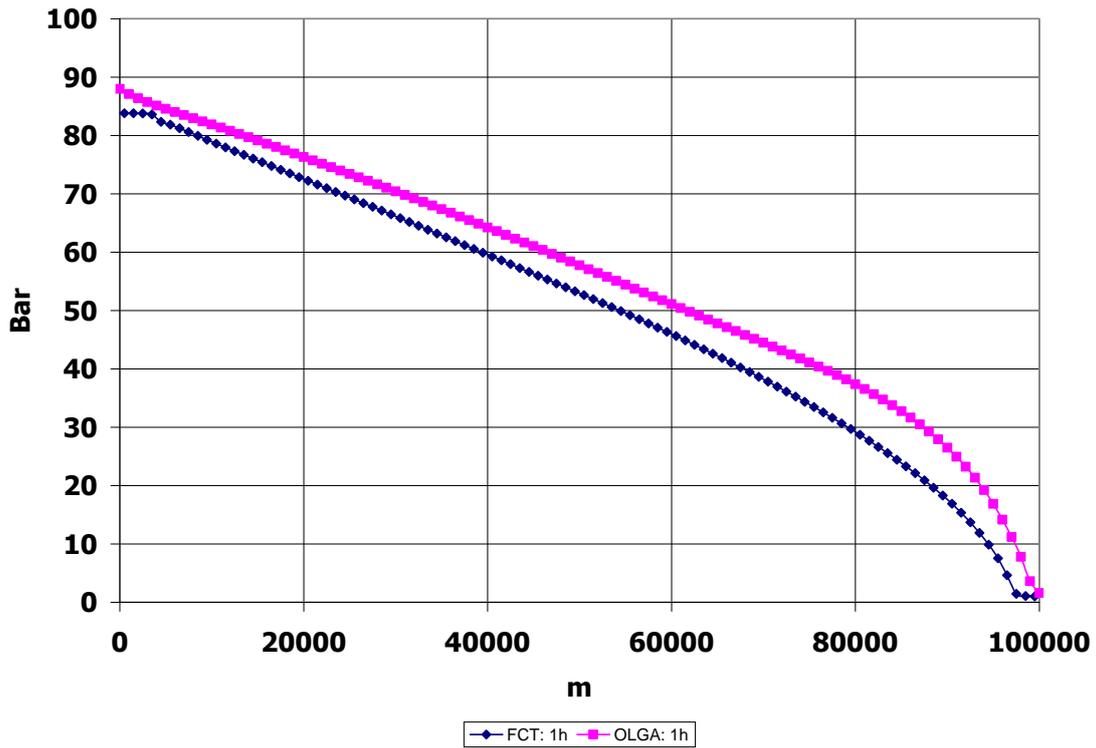


Figura 6-7 – SPM-4, FCT vs. OLGA, t=1h, mistura gás-óleo, inclinado 1 grau.

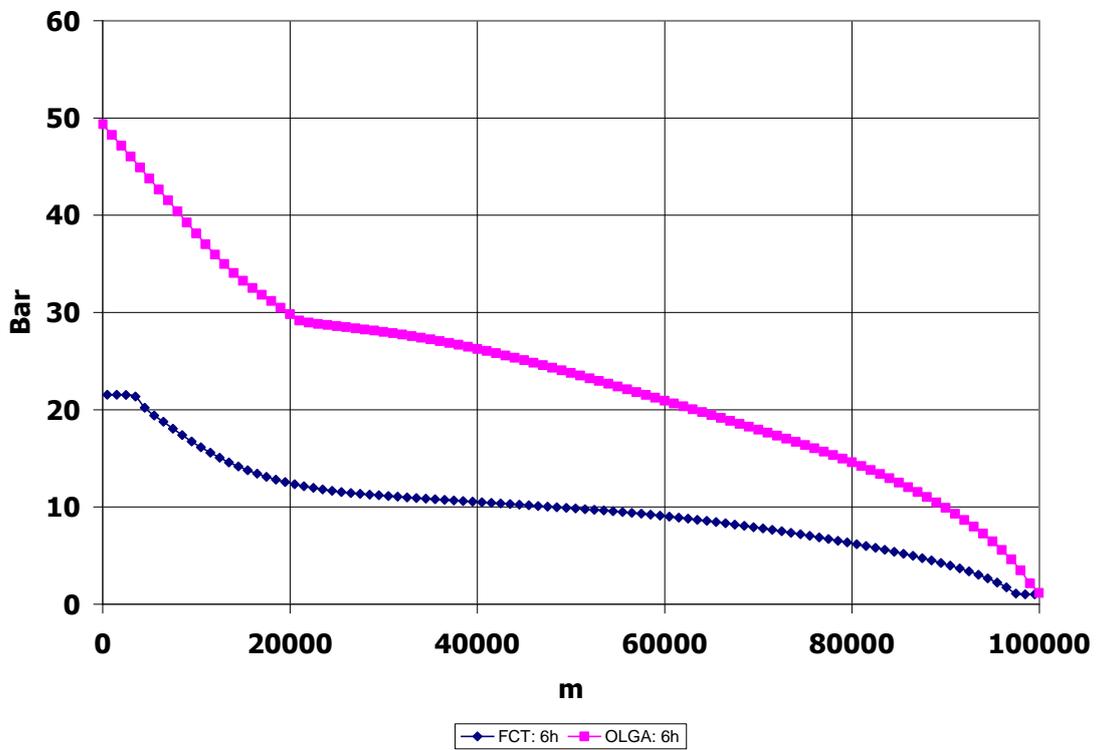


Figura 6-8 – SPM-4, FCT vs. OLGA, t=6h, mistura gás-óleo, inclinado 1 grau.

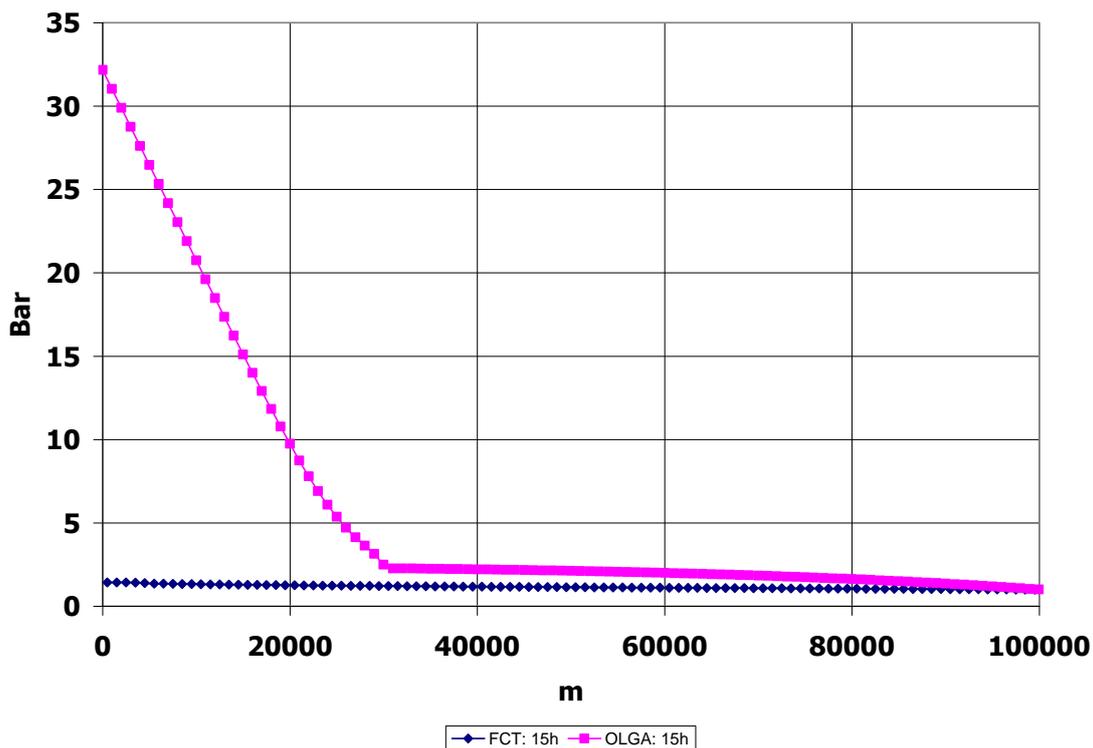


Figura 6-9 – SPM-4, FCT vs. OLGA, t=15 h, mistura gás-óleo, inclinado 1 grau.

Com o duto inclinado, espera-se a formação de uma golfada de terreno em sua cabeça (ponto mais baixo). À medida que a pressão vai se equalizando à pressão atmosférica na cauda do duto, uma coluna única de líquido na cabeça do duto vai se formando, e a pressão nesse ponto equivale à pressão hidrostática dessa coluna. Especificamente, essa modelagem de golfadas de terreno não está presente no EMAPS, embora a formação hidrodinâmica de golfadas esteja, e tenha apresentado um bom resultado no regime permanente. Entretanto, observa-se claramente pelos gráficos que à medida que o tempo vai passando e a golfada de terreno vai se assentando na cabeça do duto, as curvas de pressão dos dois simuladores vão se descolando.

6.6 Tempo de CPU do Caso Plano Horizontal para a Mistura Óleo-Gás

A Figura 6-1 apresenta o tempo de CPU obtidos com diferentes métodos numéricos para o modelo SPM-4, simulado em regime permanente e transiente com perfil plano horizontal, para a mistura gás-óleo. O hardware usado foi Intel(R)

Core(TM)2 Quad CPU Q9550, com o relógio interno de 2,83 GHz e 8 gigabytes de memória. O OLGA usou um código paralelizado, utilizado os quatro núcleos da CPU, enquanto o EMAPS utilizou apenas um núcleo de CPU por vez. Como pode ser visto, os métodos que apresentam os maiores tempos de CPU são Rusanov e TVD LAX .

Tabela 6-6 – Tempo de CPU para métodos numéricos, mistura óleo-gás, plano horizontal.

Método Numérico	Tempo (s)
Ritchmyer	637
FCT	442
FORCE	362
Rusanov	852
TVD LAX	960
OLGA	79

Para construir a Figura 6-1, foi utilizado o mesmo caso apresentado nas Figuras 6.2 e 6.4. O tempo de CPU obtido com os diferentes métodos numéricos disponíveis no EMAPS é dado por um código não paralelizado, assim, pode-se compreender como um código paralelizado torna viável prever acontecimentos no interior do duto durante todo o processo de escoamento, pois o tempo de CPU do código paralelizado é muito inferior ao não paralelizado. Para o tempo físico de escoamento de 54000 segundos obteve em média um tempo de CPU de 650 segundos no EMAPS. Assim, temos uma taxa de varredura viável, com o tempo de CPU obtido bem menor que o tempo real do escoamento. Como pode ser visto, os métodos mais pertinentes a esse estudo são Ritchmyer e FCT, por obter um valor de pressão na entrada duto próximo ao valor de OLGA (valor de referência) com o tempo de simulação menor comparados aos outros métodos.

6.7 Tempo de CPU do Caso Inclinado para a Mistura Óleo-Gás

A Tabela 6-6 apresenta o tempo de CPU obtido apenas com o método numérico FCT para o modelo SPM-4, o único que funcionou em regime permanente e transiente com perfil inclinado, para a mistura gás-óleo.

Tabela 6-7 – Tempo de CPU para o método numérico FCT, mistura óleo-gás, 1 grau de inclinação.

Método Numérico	Tempo (s)
FCT	1.457
OLGA	411

Para construir a Figura 6-1, foi utilizado o mesmo caso apresentado nas Figuras 6.5 à 6.8. O tempo de CPU obtido com o método numérico FCT disponíveis no EMAPS é dado por um código não paralelizado, assim, pode-se compreender como um código paralelizado torna viável prever acontecimentos no interior do duto durante todo o processo de escoamento, pois o tempo de CPU do código paralelizado é muito inferior ao não paralelizado. Para o tempo físico de escoamento de 54000 segundos um tempo de CPU de 1460 segundos no EMAPS. Assim, temos uma taxa de varredura viável, com o tempo de CPU obtido bem menor que o tempo real do escoamento. Como pode ser visto, o método FCT foi o único a apresentar resultados, pois o método Ritchmyer só funcionou para o regime permanente. Assim, o método numérico FCT foi o método mais estável, pois funcionou de forma aceitável em todos os casos apresentados.

6.8 Alterando o Parâmetro CFL para cada Método Numérico do Caso Plano Horizontal e Mistura Óleo-Gás

Através de diferentes simulações, pode-se observar que quando se varia o valor do parâmetro CFL e/ou o número de células discretizadas, obtém-se o valor da pressão na entrada do duto no instante inicial da simulação, próximo da pressão calculada no

OLGA, para os métodos numéricos do modelo SPM-4, em regime permanente e transiente com perfil plano horizontal, para a mistura gás-óleo.

Tabela 6-8 – Diferentes valores de CFL para obter valores de pressão próximos ao de referência (OLGA).

Método Numérico	Tempo de CPU (s)	Valor de CFL	Número de Células de Discretização	Valor da Pressão (barg)
Ritchmyer	1.964	0,01	100	72,47
FCT	499	0,04	100	70,23
Força Bruta	26.556	0,3	1000	71,09
Rusanov	49.695	0,3	1000	72,83
TVD LAX	36.496	0,1	1000	72,14

Considere a Tabela 6-9 a seguir a qual traz os erros associados ao cálculo da pressão na cabeça com base nas perdas de carga em relação a cauda, considerando o OLGA como referência, para a mistura óleo-gás:

Tabela 6-9 – Desvios encontrados para métodos numéricos, mistura óleo-gás, plano horizontal.

Método	Rusanov	Richtmyer	Força Bruta	FCT	TVD/LAX	OLGA
ΔP (barg)	42,83	42,47	41,09	40,23	42,14	42,46(*)
Erro (%)	0,85	0,02	3,23	5,25	0,75	--

(*) Valor de referência.

O desvio aparentemente é muito pequeno. No entanto, para obter esses resultados, cada método numérico tem um valor para o parâmetro CFL e uma discretização específica. Pois, não é necessário aumentar a discretização em todos os casos (ex.: os métodos numéricos de Richtmyer e FCT). Porém, também só foi possível obter esses valores de pressão diminuindo consideravelmente os valores do parâmetro CFL, já que para obter a Tabela 6-2 o valor de CFL escolhido foi de 0,1 para todos os métodos utilizados.

Embora os números ainda estejam num patamar aceitável, uma conclusão possível seria que os métodos numéricos FCT e Richtmyer continuam tendo o melhor desempenho, pois não precisa de discretização maior (aumentar o número de células na discretização) utilizando tempos de simulação menores.

7 Capítulo 7 - Conclusão

7.1 Introdução

Neste trabalho, o escoamento bifásico no interior de um gasoduto é simulado numericamente com base no modelo de Dois Fluidos utilizando o simulador EMAPS (Essama et. al., 2006), que trata o escoamento como unidimensional, transiente, compressível, plenamente desenvolvido e isotérmico, e ainda permite que o efeito de inclinação do duto seja considerado. Os resultados são comparados com aqueles obtidos com o OLGA (Scandpower, 2008), que é simulador numérico comercial de escoamento bifásico confinado, aqui usado como referência para validar os resultados obtidos com o EMAPS. As simulações foram realizadas em regime permanente e transiente para obter o comportamento desejado. A mistura ar-água foi utilizada para validar os resultados, e a mistura gás-óleo para obter resultados mais próximos aos de um gasoduto real da indústria de petróleo.

7.2 Principais Conclusões

Nas simulações com o código EMAPS, utilizou-se os métodos numéricos de Richtmyer, FCT, FORCE, Rusanov e TVD Lax-Friedrichs (Omgba, 2004) para calcular a pressão na entrada do duto, fixando-se as vazões de cada fase e pressão na saída. Mantendo as mesmas condições para todos os métodos, observou-se que as simulações com os métodos Richtmyer e FCT foram os que mais se aproximaram dos resultados obtidos com o OLGA quando analisado para o caso plano horizontal, tanto para ar-água quanto para gás-óleo. Porém, para o caso inclinado, o único método que aceitou a nova configuração do duto para gerar algum resultado foi o método FCT. Assim, entende-se que o melhor método numérico é o FCT, pois foi o único que apresentou melhores resultados para ambos os casos estudados. Os casos de regime transiente simulam um esvaziamento do duto a partir de 30 minutos de simulação com a vazão mássica na entrada do duto caindo a zero e a pressão na saída se igualando a pressão atmosférica. A

mistura ar-água foi utilizada para verificar a consistência das formulações de cada simulador, enquanto que a mistura gás-óleo, utilizando um condensado do poço ESS-080 do campo de Peroá, apresenta um fluido real da indústria do petróleo aproximando as simulações ao escoamento real.

Os resultados das simulações realizadas no OLGA permitem concluir que os tempos de CPU obtidos foram muito inferiores ao tempo utilizado pelas simulações realizadas com o EMAPS porque o OLGA utiliza um código paralelizado, enquanto o EMAPS não. Quando adequamos o caso base com diferentes valores para o parâmetro CFL e alteramos a discretização em x (espaço), o tempo de CPU aumenta consideravelmente.

A condição CFL (Courant-Friedrichs-Levy) é atribuída de um valor entre 0 e 1, e quanto mais próximo do 1 mais eficiente se torna o esquema quando não há termos de fonte. Para termo de comparação, o valor de CFL escolhido foi 0,1, pois este funcionou para todos os métodos numéricos. Quanto menor o valor CFL, mais discretizada no tempo a simulação se torna e melhores resultados serão obtidos, apesar do aumento do tempo de CPU.

Como conclusão final, pode-se afirmar que é possível utilizar esse tipo de simulação conectada ao monitoramento *online* do gasoduto para prever a ocorrência de fenômenos físicos (tais como vazamentos). Em outras palavras, o tempo de CPU é menor que as taxas de varredura típicas de gasodutos da indústria do petróleo (o valor da taxa ficam entre 2 e 20 segundos).

7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Um dos próximos passos para a continuação desse estudo seria a inserção do perfil altimétrico real na simulação, construindo, assim, um gasoduto composto de vários dutos, com angulações e comprimentos variados para se aproximar de um gasoduto real. Adicionalmente, outro passo importante também seria reproduzir esses resultados para o modelo PFM-2 e *Drift-Flux* e comparar seus resultados aos obtidos neste trabalho.

Anexo A - Modelo OLGA

Modelo de Dois Fluidos para o código OLGA

Para modelos físicos, a equação da continuidade é aplicada separadamente para cada uma das três fase: gás, líquido na parede e gotículas de líquido (dispersa), que podem ser acopladas por meio de transferência de massa na interfase. Apenas duas equações de momentum são utilizadas: (i) somando a equação de momentum da fase gás com a da fase de gotícula de líquido, e (ii) uma equação de momentum de líquido na parede. Atualmente, é aplicada uma mistura da equação de conservação de energia. Observa-se a descrição das equações do modelo OLGA apresentada em Bendiksen et.al. (1991).

- Equação de Massa (Continuidade)

Fase Gás:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\chi\rho_G) = -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}(A\chi\rho_G u_G) + \Gamma_G + G_{sG} \quad (\text{A.1})$$

Fase Líquida na parede:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\beta\rho_L) = -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}(A\beta\rho_L u_L) - \Gamma_G \frac{\beta}{\beta + \gamma} - \psi_e + \psi_d + G_{sL} \quad (\text{A.2})$$

Gotículas de Líquido:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma\rho_L) = -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}(A\gamma\rho_L u_D) - \Gamma_G \frac{\gamma}{\beta + \gamma} + \psi_e - \psi_d + G_{sD} \quad (\text{A.3})$$

onde t é o tempo, z é a coordenada cartesiana, χ , β , γ é a fração volumétrica do gás, do filme de líquido e da gotícula de líquido respectivamente, ρ_k , u_k é a massa específica e velocidade da fase k , e A é a seção transversal do duto. Os subscrito G , L , D indicam a fase gás, líquida e de gotícula, Γ_G é a taxa de transferência de massa entre as fases; ψ_e , ψ_d é o coeficiente de arrasto e a taxa de deposição e G_{sk} é um possível fonte de massa da fase k .

- Equação de Momentum (Quantidade de Movimento)

A equação de momentum é expressa por três diferentes campos, produzindo separadamente a seguinte equação de momentum unidimensional para o gás, gotículas de líquido e líquido na parede.

Fase Gás:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\chi\rho_G u_G) &= -\chi\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) - \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}(A\chi\rho_G u_G^2) - \lambda_G \frac{1}{2}\rho_G |u_G|u_G \frac{S_G}{4A} \\ &- \lambda_I \frac{1}{2}\rho_G |u_R|u_R \frac{S_I}{4A} + g\chi\rho_G \cos(\varphi) + \Gamma_G u_a - Dr + G_{sG,B}u_{G,B} \end{aligned} \quad (A.4)$$

Gotículas de líquido:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\gamma\rho_L u_D) &= -\gamma\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) - \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}(A\gamma\rho_L u_D^2) + g\gamma\rho_L \cos(\varphi) \\ &- \Gamma_G \frac{\gamma}{\beta + \gamma} u_a + \psi_e u_I - \psi_d u_D + Dr + G_{sD,B}u_{D,B} \end{aligned} \quad (A.5)$$

Combinado Gás/Gotícula:

Esta equação foi produzida a partir da soma das equações (A.4) e (A.5), gerando uma combinação da equação de momentum, onde o termo de arrasto Gás/Gotícula, Dr , foi cancelado, assim:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\chi\rho_G u_G + \gamma\rho_L u_D) &= -(\chi + \gamma)\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) - \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}(A\chi\rho_G u_G^2 + A\gamma\rho_L u_D^2) \\ &- \lambda_G \frac{1}{2}\rho_G |u_G|u_G \frac{S_G}{4A} - \lambda_I \frac{1}{2}\rho_G |u_R|u_R \frac{S_I}{4A} + g[\chi\rho_G + \gamma\rho_L]\cos(\varphi) \\ &+ \Gamma_G \frac{\beta}{\beta + \gamma} u_a + \psi_e u_I - \psi_d u_D + G_{sG,B}u_{G,B} + G_{sD,B}u_{D,B} \end{aligned} \quad (A.6)$$

Líquido na parede:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\beta\rho_L u_L) &= -\beta\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) - \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}(A\beta\rho_L u_L^2) - \lambda_L \frac{1}{2}\rho_L |u_L|u_L \frac{S_L}{4A} \\ &- \lambda_I \frac{1}{2}\rho_G |u_R|u_R \frac{S_I}{4A} + g\beta\rho_L \cos(\varphi) - \Gamma_G \frac{\beta}{\beta + \gamma} u_a - \psi_e u_I + \psi_d u_D + G_{L,B}u_{L,B} \end{aligned} \quad (A.7)$$

onde P é a pressão, λ é o coeficiente de fricção, φ é a inclinação do duto com a vertical e S_G , S_L , S_I são os perímetros molhados do gás, do líquido e da interface,

respectivamente. A fonte de massa interna G_{sk} é assumida entre o ângulo de 90° com a parede do duto, carregando nenhuma quantidade de movimento. E u_a é dado por:

- evaporação do líquido na parede:

$$u_a = u_L \quad \text{para} \quad \Gamma_G > 0 \quad (\text{A.8a})$$

- evaporação de gotículas de líquido:

$$u_a = u_D \quad \text{para} \quad \Gamma_G > 0 \quad (\text{A.8b})$$

- condensação:

$$u_a = u_G \quad \text{para} \quad \Gamma_G < 0 \quad (\text{A.8c})$$

As equações de conservação (A.8a), (A.8b) e (A.8c) podem ser aplicadas para todos os regimes de fluxo. Observar-se, no entanto, que alguns termos podem não existir em alguns padrões de escoamento, por exemplo, a golfada ou bolha dispersa, todos os termos de gotículas desaparecem.

Para o escoamento com golfada, o termo queda de pressão e fricção são compostos. Eles consistem em três termos, devido à golfada de líquido, golfada de bolha e líquido na parede, e a queda de pressão na aceleração do líquido na parede.

A velocidade relativa, u_R , é definida pela seguinte equação:

$$u_G = \alpha_D (u_L + u_R) \quad (\text{A.9})$$

onde α_D representa a distribuição da fração de deslizamento causado por uma distribuição aleatória para as fases e para as velocidades através da seção transversal do duto.

A velocidade da gotícula é igualmente definida por:

$$u_D = u_G - u_{OD} \cos \alpha \quad (\text{A.10})$$

onde u_{OD} é a velocidade de queda da gotícula.

Referência Bibliográfica

ANDREUSSI, P. AND PERSEN, L. N., 1987, "Stratified Gas-Liquid Flow in Downwardly Inclined Pipes," **Int. J. Multiphase Flow** 13, No. 4, 565-575.

ANDRITSOS N. & HANRATTY T. J., 1987, "Influence of interfacial waves in stratified gas-liquid flows". **AIChE Journal**, v. 33, n. 3, pp. 444-454.

BAPTISTA, R M, 2007, "On the Estimation of Dual Phase Gas Pipeline Gas Leakage Flow Rate From the Leak Diameter", **Proceedings of the Rio Pipeline Conference**, IBP-1238-07, Rio de Janeiro, RJ.

BARBOSA, JADER R. & HEWITT, GEOFFREY F., 2005, "A Thermodynamic Nonequilibrium Slug Flow Model". **Journal of Heat Transfer**, New York, v. 127, n. 3, pp. 323.

BARMIN A. A., KULIKOVSKIY A. G., AND POGORELOV N. V., 1996, "Shock-Capturing Approach and Nonevolutionary Solutions in Magnetohydrodynamics". **Journal of Computational Physics**, 126, 77-90.

BENDIKSEN K. M., MALNES D., MOE R., & NULAND S., 1991, "The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application". **SPE Production Engineering**, pp. 171-180, May.

BONIZZI M., ISSA R. I., AND KEMPF M. H. W., 2001, "Modelling of gas entrainment in horizontal slug flow". **Proceedings of the ICMF 2001 Conference**, USA.

BOOK D. L., BORIS J. P., AND HAIN K., 1975, "Flux-Corrected Transport II. Generalizations of the Method". **Journal of Computational Physics**, v.18, pp.248-283.

BORIS J. P. & BOOK D. L., 1976, "Solution of Continuity Equation by the Method of Flux-Corrected Transport". **Journal of Computational Physics**, v.16, pp.85-129.

CARNEIRO, JOÃO NEUENSCHWANDER ESCOSTEGUY, ORTEGA, A. J., NIECKELE, A. O., 2005, "Influence of the Interfacial Pressure Jump Condition on the Simulation of Horizontal Two-Phase Slug Flows Using the Two-Fluid Model". **Multiphase Flow 2005**, Portland, Maine, EUA. Proceedings of Multiphase Flow.

CHENG L. Y., DREW D. A., AND LAHEY JR. R. T., 1985, "An Analysis of Wave Propagation in Bubbly Two Component Two-Phase Flow". **Journal of Heat Transfer**, v. 107, pp. 402-408.

COQUEL F., AMINE K.E., GODLEWSKI E., PERTHAME B., AND RASCLE P., 1997, "A numerical method using upwind schemes for the resolution of two-phase flows", **Journal of Computational Physics**, 136, 272-288.

CORRADINI M. L., 1997, **Fundamental of Multiphase Flows**. Department of Engineering Physics, University of Wisconsin. The Internet link for this book is <http://wins.engr.wisc.edu/teaching/mpfBook/node1.html>.

DE ZEEUW P. M., 1997, "Acceleration of Iterative Methods by Coarse Grid Corrections". **Academisch Proefschrift**.

DREW D. A. & PASSMAN S. L., 1999, **Theory of Multicomponent Fluids**. Applied Mathematical Sciences, 135, Berlin, Springer.

ESPEDAL M., 1998., **An Experimental Investigation of Stratified Two-Phase Pipe Flow at Small Inclinations**. PhD thesis, Department of Applied Mechanics, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway.

ESSAMA, C. OMGBA, HANICH L. AND TENG H., 2006, "EMAPS – Eulerian Multiphase Adaptive Pipeline Solver", User Guide, Version 3.5, **Cranfield University, Applied Mathematics & Computing Group, School of Engineering**, March.

FABRE J., LINE A., AND PERESSON L., 1989, "Two-Fluid/Two-Flow-Pattern Model for Transient Gas-Liquid Flow in Pipes". **4th BHRA Multiphase Flow International Conference**, Cranfield University, London, UK, pp. 269-289, June.

FAILLE I. & HEINTZE E., 1999, "A rough finite volume scheme for modelling two-phase flows in a pipeline". **Computers & Fluids**, v. 28, pp. 213-241.

FLETCHER C. A. J., 1988, **Computational Techniques for Fluid Dynamics: Specific techniques for Flow Categories**. Volume 2. Springer-Verlag.

GARG R., NARAYANAN C.& SUBRAMANIAM, 2009, "A Numerical convergent Lagrangian Eulerian Simulation Method for Dispersed Two Phase Flows". **International Journal of Multiphase Flow**, v. 35, pp. 376-388.

HAND N. P., 1991, **Gas-Liquid Co-Current Flow in a Horizontal Pipe**. PhD thesis, Faculty of Engineering, The Queen's University of Belfast.

HARLOW F. M. & AMSDEN A. A., 1975, "Numerical Calculations of Multiphase Flow". **Journal of Computational Physics**, v. 17, pp. 19-52.

HARTEN A., 1983, "High resolution schemes for hyperbolic conservation laws". **Journal of Computational Physics**, v. 49, pp. 357-393.

HIRSCH C., 1990, **Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of numerical discretization**, Volume 2. John Wiley & Sons.

ISHII, M., 1977, "One-Dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion Between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes". **Argonne National Laboratory**.

ISHII, M., 1975, **Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow**. Paris: Eyrolles.

ISHII M. & HIBIKI T., 2006, **Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow**. 1 ed. New York, Springer Science.

ISHII M. & MISHIMA K., 1984, "Two-Fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations". **Nuclear Engineering and Design**, v. 82, pp. 107-126.

ISHII, M., & ZUBER, N., 1979, "Relative Motion and Interfacial Drag Coefficient in Dispersed Two-Phase Flow of Bubbles, Drops and Particles". **AIChE Journal**, v. 25, pp. 843-855.

ISSA R. I. & KEMPF M. H. W., 2003, "Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model". **International Journal of Multiphase Flow**, v. 29, pp. 69-95.

JOHANSEN S. T., ANDERSON N. M., & DE SILVA S. R., 1990, "A two-phase model for particle local equilibrium applied to air classification of powers". **Power Technology**, v. 63, pp. 121-132.

LAHEY JR. R. T. & DREW D. A., 1988, "Three Dimensional Time and Volume Averaged Conservation Equations of Two-Phase Flow". **Advances in Nuclear Science Technology**, 20, 1-69.

LANEY G. B., 1998, "Computational Gasdynamics". **Cambridge University Press**.

LEVEQUE R. J., 1990, "Numerical Methods for Conservation Laws". **Birkhäuser**.

LEVY S., 1999, **Two-Phase Flow in Complex Systems**. John Wiley & Sons, Inc.

LEZEAU P. & THOMPSON, C. P., 1998, "Numerical Simulation of Multi-Phase Flow: Speed, Error Control & Robustness". **Cranfield University Technical Report**.

MAHAFFY J. H., 1982, "A stability-Enhancing Two-Step Method for Fluid flow Calculations". **Journal of Computational Physics**, v. 46, pp. 329-341.

MANNINEN M. & TAIVASSALO V., 1996, "On the mixture model for multiphase flow", **VTT Publications**, v. 288, pp. 1-67.

MASELLA J. M., TRAN Q. H, FERRE D., AND PAUCHON C., 1998, "Transient simulation of two-phase flows in pipes". **International Journal Multiphase Flow**, v. 24, pp. 739-755.

MOODY, L. F, 1944, "Friction factors for pipe flow". **Transactions of the ASME**, Vol. 66.

MORI Y., HIJIKATA K. AND OHMORI T., 1976, "Propagation of a pressure wave in two-phase flow with very high void fraction". **International Journal of Multiphase Flow**, v. 2, pp. 453-464.

NEEMAN H. J., 1996, **Autonomous hierarchical adaptive mesh refinement for multiscales simulations**. PhD Thesis, University of Illinois, Urbana, USA.

OMGBA-ESSAMA C., 2004, **Numerical Modelling of Transient Gas-Liquid Flows (Application to Stratified & Slug Flow Regimes)**. Ph.D. dissertation, School of Engineering Applied Mathematics and Computing Group, Cranfield University, London, UK.

ORTEGA, A. J.. NIECKELE, A. O., 2005, "Simulation of Horizontal Pipe Two-Phase Slug Flows Using the Two-Fluid Model". **Rio Pipeline Conference & Exposition 2005**, Rio de Janeiro, RJ.

PATANKAR S. V., 1981, **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. Hemisphere, New York.

PAUCHON C., DHULESIA H., LOPEZ D., & FABRE J., 1993, "TACITE: A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow". **Presented at the 6th International Conference on Multiphase Production**, Cannes, France, June.

PENELOUX, A. AND RAUZY, E., 1982, **A consistent correction for Redlich-Kwong-Soave volumes**, Fluid Phase Equilibria, 8: 7–23.

PENG D. Y. & ROBINSON D. B., 1976, **A New Two Constant Equation of State**. Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, v. 15, pp. 59-64.

ROMATE J. E., 2000, "Developing a second-order TVD scheme for one-dimensional twophase flow model", **AMIF-ESF Workshop – Computing Methods for Two-Phase Flow**, Paper 22, Aussois, France, January 12-14.

SCANDPOWER, 2006, **OLGA Multiphase Flow Simulator**, Version 5, www.sptgroup.com.

SCANDPOWER, 2008, **OLGA Multiphase Flow Simulator**, Version 6, www.sptgroup.com.

SCANDPOWER PETROLEUM GROUP, 2010, <http://www.sptgroup.com>, Houston, USA.

SHAHA J., 1999, **Phase Interaction in Transient Stratified Flow**. Ph.D. dissertation, Department of Chemical Engineering, Imperial College of Science, Technology & Medicine, London, UK.

SHARMA Y., SCOGGINS JR. M. W., SHOHAM O., AND BRILL J. P., 1985, "Simulation of transient two-phase flow in pipelines". **2nd International Conference on Multi-Phase Flow**, Paper C4, London, England, UK, 19-21 June.

SOAVE G., 1972, **Equilibrium Constants from a Modified Redlich-Kwong Equation of State**. *Chemical Engineering Science*, v. 27, pp. 1197.

SOTO, H. P., MONTEIRO, Sampaio A., SILVA, B. R. G., FREIRE, A. P. S., 2003, "Experimental Characterization of Two-Phase Flow". **Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica** São Paulo. Anais. Rio de Janeiro : ABCM.

SPALDING D. B., 1980, **Numerical Computation of Multi-phase Fluid Flow and Heat Transfer**. C. Taylor and K. Morgan (eds.), *Recent Advances in Numerical Methods in Fluid*, v. 1, pp. 139-167.

SPALDING D. B., 1983, **Development in the IPSA Procedure for Numerical Computation of Multiphase-Flow Phenomena with Interphase Slip, Unequal Temperatures**. T. M. Shih (ed.), Numerical Methodologies in Heat Transfer, Proc. Second National Symposium, pp. 421-436, New York, Hemisphere.

SRICHAJ S., 1994, **High Pressure Separated Two-Phase Flow**. PhD thesis, Department of Chemical Engineering, Imperial College, London, UK.

STEWART H. B., 1979, “Stability of two-phase flow calculations using two-fluid model”. **Journal of Computational Physics**, v. 3, pp. 259-270.

STIFTELSEN FOR INDUSTRIELL OG TEKNISK FORSKNING(FUNDAÇÃO PARA PESQUISA INDUSTRIAL DO INSTITUTO TECNOLÓGICO DA NORUEGA), 2010, <http://www.sintef.no>, Trondheim, Noruega.

TAITEL, Y., & BARNEA, D., 1993, “Kelvin-Helmholtz stability criteria for stratified flow: viscous versus non-viscous (inviscid) approaches”. **International Journal of Multiphase Flow**, v.19, n.4, pp.639-649.

TAITEL Y., & DUKLER A. E.,1976, “A model For Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near-Horizontal Gas-Liquid Flow”. **AIChE Journal**, v. 22, n. 1, pp. 47-55, Jan.

TISELJ I. & PETELIN S., 1997, “Modelling of Two-Phase Flow with Second-Order Accurate Scheme”. **Journal of Computational Physics**, v. 136, pp. 503-521.

TORO E. F., 1997, **Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics**. Springer.

TOUMI I., 1996, “An Upwind Numerical Method for Two-Fluid Two-Phase Flow Models”. **Nuclear Science Engineering**, v. 123, pp. 147-168.

VAN LEER B., 1979, "Towards the Ultimate Conservation Difference Scheme V, A Second-Order Sequel to Godunov's Method". **Journal of Computational Physics**, 32, 101-136.

WATANABE T., HIRANO M., TANABE F., AND KAMO H., 1990, "The effect of virtual mass force term on the numerical stability and efficiency of systems calculations". **Nuclear Engineering and Design**, v. 120, pp. 181-192.

WATSON M., 1990, "Non Linear Waves in Pipeline Two-Phase Flows". **Proceedings of the 3rd International Conference on Hyperbolic Problems**, Uppsala, Sweden, June.

YEE H. C., 1989, "A Class of High Resolution Explicit and Implicit Shock-Capturing Methods". **Von Karman Institute for Fluid Dynamic**, Lecture Series 1989-04 on Computational Fluid Dynamics.