

LOCALIZAÇÃO DE VAZAMENTO EM GASODUTO COM ESCOAMENTO  
BIFÁSICO DE PADRÃO ESTRATIFICADO

Aline Barbosa Figueiredo

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Gustavo César Rachid Bodstein  
Felipe Bastos de Freitas Rachid

Rio de Janeiro  
Julho de 2016

LOCALIZAÇÃO DE VAZAMENTO EM GASODUTO COM ESCOAMENTO  
BIFÁSICO DE PADRÃO ESTRATIFICADO

Aline Barbosa Figueiredo

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Gustavo César Rachid Bodstein, Ph.D.

---

Prof. Felipe Bastos de Freitas Rachid D.Sc.

---

Prof. Antônio MacDowell de Figueiredo, Dr. Ing.

---

Prof<sup>a</sup>. Maria Laura Martins Costa, D.Sc.

---

Prof. Luiz Nelio Henderson Guedes de Oliveira, D.Sc.

---

Dr. Renan Martins Baptista D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2016

Figueiredo, Aline Barbosa

Localização de Vazamento em Gasoduto com Escoamento Bifásico de Padrão Estratificado/ Aline Barbosa Figueiredo – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2016.

XXII, 132 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Gustavo César Rachid Bodstein

Felipe Bastos de Freitas Rachid

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 117-126.

1. Localização de vazamentos. 2. Gasodutos bifásicos. 3. Padrão Estratificado 4. Algoritmo numérico. I. Bodstein, Gustavo César Rachid *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Dedico esta tese aos meus pais, Luiz Carlos e Marcela, que sempre me apoiaram tornando possível a realização deste sonho, e aos meus avós paternos e maternos por todo carinho, atenção e ensinamentos que ficarão eternamente em minha memória.

# AGRADECIMENTOS

Agradeço os meus orientadores, Professor Gustavo César Rachid Bodstein e Professor Felipe Bastos de Freitas Rachid, pela dedicação e empenho no desenvolvimento deste trabalho, e por todo conhecimento compartilhado que contribuiu profundamente na minha formação acadêmica.

Gostaria de agradecer ao Dr. Renan Martins Baptista, pelo suporte indispensável oferecido no aprendizado do uso do *software* comercial OLGA e na construção de códigos computacionais em linguagem FORTRAN, que ajudou muito durante o andamento do trabalho.

Sou grata aos amigos, Carina Sondermann, Jaciara Roberta, Raphael Viggiano e Rodrigo Patricio, do Laboratório de Mecânica dos Fluidos e Aerodinâmica (LABMFA) que contribuíram muito com suas experiências em um agradável convívio diário.

Também, agradeço à empresa Schlumberger que proporcionou acesso ao simulador OLGA através de licenças acadêmicas, e à Petrobras pelo apoio no desenvolvimento científico viabilizado pelo projeto acadêmico que proveu bolsa de estudos para o meu doutorado.

Finalmente, quero agradecer à minha família, em especial minha mãe Marcela, meu pai Luiz Carlos e meu irmão Alan, que me apoiaram incondicionalmente nesta trajetória acadêmica através do amor e carinho oferecidos, e aos meus sobrinhos Pedro e Alice que sempre serão fonte de inspiração à novas conquistas. Não posso deixar de agradecer ao meu companheiro e cúmplice, Diogo, pela atenção e carinho dedicados nesta jornada.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## LOCALIZAÇÃO DE VAZAMENTO EM GASODUTO COM ESCOAMENTO BIFÁSICO DE PADRÃO ESTRATIFICADO

Aline Barbosa Figueiredo

Julho/2016

Orientadores: Gustavo César Rachid Bodstein

Felipe Bastos de Freitas Rachid

Programa: Engenharia Mecânica

Escoamento bifásico está presente em gasodutos usados para transportar a produção de petróleo e gás natural nos campos *offshore*. A ocorrência indesejável de vazamento nestes dutos gera preocupações com segurança, meio ambiente e economia, o que torna necessária a existência de uma estratégia para localizar os vazamentos. Dessa forma, um modelo de Dois Fluidos é utilizado para estudar o escoamento bifásico neste tipo de duto considerando como hipóteses que o escoamento é unidimensional, a pressão é única para as duas fases, o padrão de escoamento é estratificado e ocorre em condições isotérmicas, sendo que a fase líquida é tratada como incompressível. O sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas não-lineares é resolvido utilizando o método numérico FCT para escoamentos com e sem vazamento, e as propriedades de hiperbolicidade desse sistema são investigadas. Para os casos de escoamento com vazamento, é aplicada a estratégia desenvolvida para localizar vazamentos com diferentes magnitudes e posições no duto. O algoritmo de localização de vazamento baseia-se no escoamento em regime permanente para determinar o ponto de intersecção das curvas de distribuição de pressão geradas a partir dos contornos nas extremidades do duto. Através dessa estratégia é possível localizar vazamento com até 1% da vazão mássica total do escoamento em diferentes posições no duto. Com o objetivo de validar os resultados obtidos nesta tese, o *software* comercial OLGA é utilizado para comparação dos resultados.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

LEAK LOCATION ALGORITHM APPLIED TO BIPHASIC PIPELINES AND  
STRATIFIED FLOW.

Aline Barbosa Figueiredo

July/2016

Advisors: Gustavo César Rachid Bodstein

Felipe Bastos de Freitas Rachid

Department: Mechanical Engineering

Two-phase flows are present in gas pipelines used to transport the oil and natural gas production from offshore platforms to the continent. The undesired occurrence of leaks in these ducts generate serious concerns regarding general safety and environmental and economic issues associated to the pipeline operation. After detection, leaks require a strategy to be located. In this work, we use a two-fluid model coupled to the Flux-Corrected-Transport numerical method to study the two-phase flow in pipelines, assuming one-dimensional, single-pressure, stratified-pattern and isothermal flow. The system of non-linear partial differential equations is solved for unsteady flows with and without a leak, and its hyperbolic properties are investigated. The localization strategy developed in this work is applied to locate leaks of several magnitudes, for different locations along the duct. The localization algorithm is based on the determination of the intersection point of the pressure distribution curves upstream and downstream of the leak, for steady-state flows. We show that it is possible to locate leaks with magnitudes as low as 1% of the total mass flow rate. Our numerical results are compared to simulation results obtained with a commercial software, showing very good agreement.

# ÍNDICE

NOMENCLATURA.....	xix
Caracteres latinos.....	xix
Caracteres gregos.....	xx
Subscrito.....	xxi
Sobrescrito.....	xxi
Acrônimos.....	xxii
<b>CAPÍTULO 1 – Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1    Motivação.....	1
1.2    Objetivos.....	2
1.2.1    Objetivo Geral.....	2
1.2.2    Objetivos Específicos.....	3
1.3    Organização dos Capítulos da Tese.....	4
<b>CAPÍTULO 2 – Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>6</b>
2.1    Introdução.....	6
2.2    Escoamento Bifásico.....	6
2.2.1    Padrões de Escoamento.....	7
2.2.2    Modelos para Escoamento Bifásico.....	9
2.3    Localização de Vazamento.....	14
<b>CAPÍTULO 3 – Modelo Matemático do Escoamento Bifásico.....</b>	<b>18</b>
3.1    Escoamento Bifásico.....	18
3.1.1    Equações Gerais de Conservação para Modelo de Dois Fluidos.....	18
3.1.2    Geometria das Fases e do Duto.....	20
3.1.3    Frações Volumétricas para as Fases.....	21
3.1.4    Equações Constitutivas.....	22
3.2    Modelo Simplificado de Escoamento Bifásico com Pressão Única.....	29
3.2.1    Equações para Modelo de Dois Fluidos Simplificado.....	29

3.3	Análise de Hiperbolicidade e Imposição da Condição de Contorno do Modelo Simplificado de Escoamento Bifásico .....	30
<b>CAPÍTULO 4 - Modelo de Localização de Vazamento .....</b>		<b>34</b>
4.1	Introdução .....	34
4.2	Modelo de Localização de Vazamento em Regime Permanente .....	35
4.3	Algoritmo Numérico .....	41
4.4	Casos baseados na hipótese de vazamento .....	45
<b>CAPÍTULO 5 - Método Numérico.....</b>		<b>49</b>
5.1	Introdução .....	49
5.2	Escoamento Bifásico para Modelo de Dois Fluidos Simplificado com Pressão Única	49
	Discretização do termo de Fluxo Conservativo.....	51
5.2.1	Método Numérico Conservativo .....	52
5.2.2	Método Numérico Não Conservativo.....	55
5.2.3	Estabilidade dos Métodos Numéricos Explícitos .....	56
5.2.4	Condições de Contorno para o Escoamento Bifásico.....	57
5.2.5	Critério de Convergência.....	59
5.3	Modelo de Localização de Vazamento.....	60
5.3.1	Condição Iniciais para a Localização de Vazamento .....	61
5.4	Código OLGA .....	62
<b>CAPÍTULO 6 - Resultados e Discussões .....</b>		<b>64</b>
6.1	Introdução.....	64
6.2	Estudo de Casos.....	64
6.2.1	Dados do Duto e dos Fluidos.....	64
6.2.2	Fatores de Atrito e Condições de Contorno .....	65
6.3	Resultados da Análise Hiperbólica e Imposição das Condições de Contorno	68
6.4	Acurácia do Método FCT Aplicada ao Modelo de Dois Fluidos .....	74
6.4.1	Estudo da Malha no Espaço.....	74

6.5	Modelo de Dois Fluidos com Método FCT para Escoamento em Regime Permanente .....	79
6.6	Modelo de Dois Fluidos com Método FCT para Escoamento em Regime Transiente .....	83
6.7	Vazamento Gerado com Modelo de Dois Fluidos e o Método Numérico FCT	90
6.8	Modelo de Localização de Vazamento.....	96
6.8.1	Validação da Estratégia de Localização de Vazamento .....	96
6.8.2	Incerteza da Medida de Pressão Aplicada à Estratégia de Localização de Vazamento.....	105
6.8.3	Localização de Vazamento com Incerteza da Medida de Pressão .....	107
<b>CAPÍTULO 7 - Conclusões.....</b>		<b>110</b>
7.1	Introdução.....	110
7.2	Análise de Hiperbolicidade e Imposição das Condições de Contorno.....	111
7.3	Acurácia do Método FCT .....	112
7.4	Método do FCT em Regime Permanente .....	112
7.5	Método do FCT em Regime Transiente .....	113
7.6	Simulação de Vazamento com Método Numérico FCT.....	113
7.7	Localização de Vazamento .....	114
7.8	Influência da Incerteza da Medida de Pressão Associada à Localização de Vazamento.....	115
7.9	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	116
Referências Bibliográficas.....		117
Apêndice A. Formulação do Vazamento como Termo Fonte no Modelo de Dois Fluidos .....		127

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Padrões de escoamento bifásico em duto horizontal ou quase horizontal. ...	8
Figura 3.1 – Seção transversal do escoamento. ....	21
Figura 3.2 – Perfil lateral de escoamento estratificado. ....	21
Figura 4.1 – Pressão ao longo do duto para o escoamento em regime permanente, comparando o caso sem vazamento, em relação aos casos com vazamento nominal de 10%, em três posições do duto. ....	46
Figura 4.2 – Fração volumétrica de líquido ao longo do duto para o escoamento em regime permanente, comparando o caso sem vazamento, em relação aos casos com vazamento nominal de 10%, em três posições do duto. ....	46
Figura 4.3 – Velocidade de gás ao longo do duto para o escoamento em regime permanente, comparando o caso sem vazamento, em relação aos casos com vazamento nominal de 10%, em três posições do duto. ....	47
Figura 4.4 – Velocidade de líquido ao longo do duto para o escoamento em regime permanente, comparando o caso sem vazamento, em relação aos casos com vazamento nominal de 10%, em três posições do duto. ....	47
Figura 6.1 – Análise de hiperbolicidade para o caso com o fluido tipo A. À esquerda: Resultado para condição inicial. No centro: Resultado para condição de contorno na entrada do duto. À direita: Resultado para condição de contorno na saída do duto. ....	71
Figura 6.2 – Análise de hiperbolicidade para o caso com o fluido tipo B. À esquerda: Resultado para condição inicial. No centro: Resultado para condição de contorno na entrada do duto. À direita: Resultado para condição de contorno na saída do duto. ....	71

Figura 6.3 – Análise de hiperbolicidade para o caso com o fluido tipo A e baixa pressão. À esquerda: Resultado para condição inicial. No centro: Resultado para condição de contorno na entrada do duto. À direita: Resultado para condição de contorno na saída do duto. ....	73
Figura 6.4 – Análise de hiperbolicidade para o caso com o fluido tipo B e baixa pressão. À esquerda: Resultado para condição inicial. No centro: Resultado para condição de contorno na entrada do duto. À direita: Resultado para condição de contorno na saída do duto. ....	73
Figura 6.5 – Pressão ao longo do duto para o escoamento em regime permanente em cada número de células $N$ . ....	75
Figura 6.6 – Fração volumétrica de líquido ao longo do duto para o escoamento em regime permanente em cada número de células $N$ . ....	75
Figura 6.7 – Velocidade de gás ao longo do duto para o escoamento em regime permanente em cada número de células $N$ . ....	76
Figura 6.8 – Velocidade de líquido ao longo do duto para o escoamento em regime permanente em cada número de células $N$ . ....	76
Figura 6.9 – Erro relativo calculado através da variável global de quantidade de movimento linear total.....	78
Figura 6.10 – Pressão e fração volumétrica de líquido ao longo do duto em regime permanente para escoamento do fluido tipo A. ....	80
Figura 6.11 – Velocidade de gás e líquido ao longo do duto em regime permanente para escoamento do fluido tipo A.....	80
Figura 6.12 – Pressão ao longo do duto em regime permanente comparando o método do FCT com o <i>software</i> comercial OLGA para escoamento do fluido tipo A.....	81

Figura 6.13 – Pressão e fração volumétrica de líquido ao longo do duto em regime permanente para escoamento do fluido tipo B. ....	82
Figura 6.14 – Velocidade de gás e líquido ao longo do duto em regime permanente para escoamento do fluido tipo B. ....	82
Figura 6.15 – Pressão ao longo do duto em regime permanente comparando o método do FCT com o <i>software</i> comercial OLGA para escoamento do fluido tipo B. ....	83
Figura 6.16 – Pressão ao longo do duto para escoamento em regime transiente com método FCT e fluido tipo A. ....	85
Figura 6.17 – Fração volumétrica de líquido ao longo do duto para escoamento em regime transiente com método FCT e fluido tipo A. ....	86
Figura 6.18 – Velocidade de gás ao longo do duto para escoamento em regime transiente com método FCT e fluido tipo A. ....	86
Figura 6.19 – Velocidade de líquido ao longo do duto para escoamento em regime transiente com método FCT e fluido tipo A. ....	87
Figura 6.20 – Pressão ao longo do duto para escoamento em regime transiente comparando o método do FCT com o <i>software</i> comercial OLGA para o fluido tipo A. ....	88
Figura 6.21 – Fração volumétrica de líquido ao longo do duto para escoamento em regime transiente comparando o método do FCT com o <i>software</i> comercial OLGA para o fluido tipo A. ....	88
Figura 6.22 – Velocidade de gás ao longo do duto para escoamento em regime transiente comparando o método do FCT com o <i>software</i> comercial OLGA para o fluido tipo A. ....	89

Figura 6.23 – Velocidade de líquido ao longo do duto para escoamento em regime transiente comparando o método do FCT com o <i>software</i> comercial OLGA para o fluido tipo A. ....	89
Figura 6.24 – Pressão e fração volumétrica de líquido ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% para escoamento do fluido tipo A.....	91
Figura 6.25 – Velocidade de gás e de líquido ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% para escoamento do fluido tipo A.....	92
Figura 6.26 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o simulador comercial OLGA com o método FCT para escoamento do fluido tipo A.....	93
Figura 6.27 – Pressão e fração volumétrica de líquido ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% para escoamento do fluido tipo B.....	94
Figura 6.28 – Velocidade de gás e de líquido ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% para escoamento do fluido tipo B.....	94
Figura 6.29 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o simulador comercial OLGA com o método FCT para escoamento do fluido tipo B.....	95
Figura 6.30 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 1% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo A .....	97
Figura 6.31 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 5% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo A. ....	98

Figura 6.32 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 10% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo A. ....	98
Figura 6.33 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 1% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo B.....	99
Figura 6.34 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 5% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo B.....	100
Figura 6.35 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 10% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo B.....	100
Figura 6.36 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o método FCT com a estratégia de localização de vazamento para escoamento do fluido tipo A.....	101
Figura 6.37 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o método FCT com a estratégia de localização de vazamento para escoamento do fluido tipo B.....	102
Figura 6.38 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o resultado com e sem incerteza na medida de pressão para escoamento do fluido tipo A.....	108

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 6.1 – Dados de configuração do duto de referência.....	65
Tabela 6.2 – Dados das propriedades dos fluidos tipo A e tipo B.....	65
Tabela 6.3 – Correlação de fatores de atrito utilizados. ....	66
Tabela 6.4 – Condições iniciais de contorno para o escoamento bifásico com método FCT e fluido tipo A.....	66
Tabela 6.5 – Condições iniciais de contorno para o escoamento bifásico com método FCT e fluido tipo B.....	66
Tabela 6.6 – Condições de iniciais para localizar vazamento com o fluido tipo A.....	67
Tabela 6.7 – Condições de iniciais para localizar vazamento com o fluido tipo B.....	67
Tabela 6.8 – Condições iniciais de contorno para o <i>software</i> OLGA com os fluidos tipo A e B.....	68
Tabela 6.9 – Condição inicial e de contorno para o escoamento bifásico com o método FCT e fluido tipo A. ....	70
Tabela 6.10 – Condição inicial e de contorno para o escoamento bifásico com o método FCT e fluido tipo B.....	70
Tabela 6.11 – Condição inicial e de contorno para o método FCT com o fluido tipo A e baixa pressão. ....	72
Tabela 6.12 – Condição inicial e de contorno para o método FCT com o fluido tipo B e baixa pressão. ....	72
Tabela 6.13 – Tempo computacional de CPU para cada caso.....	77
Tabela 6.14 – Condições de Contorno representando redução de 50 % na vazão mássica total do escoamento para o método FCT do fluido tipo A. ....	84

Tabela 6.15 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 1% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.....	103
Tabela 6.16 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 5% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.....	103
Tabela 6.17 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.....	103
Tabela 6.18 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 1% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.....	103
Tabela 6.19 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 5% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.....	104
Tabela 6.20 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.....	104
Tabela 6.21 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 1% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.....	106
Tabela 6.22 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 5% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.....	106
Tabela 6.23 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.....	106
Tabela 6.24 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 1% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.....	106
Tabela 6.25 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 5% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.....	107
Tabela 6.26 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.....	107

Tabela 6.27 – Erro relativo máximo associado à incerteza da medida de pressão para vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento no meio do duto para fluido tipo A. ....	109
---	-----

# NOMENCLATURA

## Caracteres latinos

$A$	Área da seção transversal [m <sup>2</sup> ]
$\mathbf{A}$	Matriz quadrada não singular definida Eq. (3.39)
$B$	Termo de força de corpo [kg/m <sup>2</sup> s <sup>2</sup> ]
$\mathbf{B}$	Matriz quadrada não singular definida na Eq. (3.39)
$c$	Velocidade do som no meio [m/s]
$C$	Constante auxiliar definida na Eqs. (4.11) e (4.12)
$D$	Diâmetro [m]
$f$	Fator de atrito
$\mathbf{f}$	Função vetorial definida na Eq. (4.40)
$F$	Grandeza auxiliar definida na Eqs. (4.13) e (4.14)
$F$	Número de Froude
$\mathbf{F}$	Vetor dos termos de fluxo
$\hat{\mathbf{F}}$	Vetor dos termos de fluxo calculados pelo método numérico
$g$	Aceleração da gravidade [m/s <sup>2</sup> ]
$h$	Altura hidráulica na seção transversal [m]
$\mathbf{H}$	Matriz dos termos não conservativos
$I$	Variável global (quantidade de movimento linear) integrada [kgm/s]
$J$	Velocidade superficial [m/s]
$\mathbf{J}$	Vetor Jacobiano
$L$	Comprimento do duto [m]
$m$	Função definida na Eq. (5.20)
$N$	Número de células de discretização no espaço
$p$	Pressão [Pa]
$\mathbf{Q}$	Vetor de variáveis conservadas
$\bar{\mathbf{Q}}$	Vetor da média das variáveis conservadas calculado na Eq. (5.16)
$\tilde{\mathbf{Q}}$	Vetor de variáveis conservadas atualizado
$r$	Raio do duto [m]

$R$	Constante dos gases [J/kgK]
$Re$	Número de Reynolds
$S$	Perímetro molhado [m]
$S$	Função sinal definida na Eq. (5.12)
$\mathbf{S}$	Vetor dos termos fonte
$t$	Tempo [s]
$T$	Temperatura do fluido [K] definida na Eq. (4.22)
$T$	Termo do atrito [kg/m <sup>2</sup> s <sup>2</sup> ]
$U$	Incerteza da medida
$\bar{U}$	Incerteza média da medida
$u$	Velocidade [m/s]
$V$	Volume ocupado por fase [m <sup>3</sup> ]
$x$	Coordenada cartesiana longitudinal [m]
$\mathbf{W}$	Vetor de variáveis primitivas

### Caracteres gregos

$\alpha$	Fração volumétrica [-]
$\beta$	Ângulo de inclinação entre o duto e a horizontal [graus]
$\gamma$	Ângulo subtendido pelo perímetro molhado de líquido [graus]
$\Delta$	Diferença entre duas grandezas
$\varepsilon$	Rugosidade absoluta [m]
$\xi$	Erro relativo
$\lambda$	Autovalores
$\lambda_{\max}^n$	Maior velocidade em que as ondas de pressão se propagam [m/s]
$\mu$	Coefficiente anti-difusivo definido na Eq. (5.10)
$\nu$	Coefficiente difusivo Eq. definido na (5.9)
$\rho$	Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Tensão superficial [N/m]
$\tau$	Tensão [Pa]
$\tau$	Tempo que a onda leva para percorrer todo o duto, indo e voltando, [s] definido na Eq. (6.35)

$\chi$	Variável auxiliar definida na Eq. (3.49)
$\chi$	Variável dependente do problema definida na Eq. (5.32)
$\chi$	Variável adimensional definida na Eq. (6.4)
$\Gamma$	Taxa de transferência de massa [kg/(m <sup>2</sup> ·s)]

### Subscrito

$B$	Bolha
$c$	Correção de pressão
$f$	Força
$G$	Gás
$h$	Hidráulico
$i$	Variação do número de equações
$I$	Interface
$j$	Discretização espacial
$k$	Índice caracterizador de fase, G para gás ou L para líquido
$l$	Vazamento
$L$	Líquido
$N$	Número de células discretizadas no espaço
$ref$	Referência
$x$	Coordenada cartesiana longitudinal [m]
$w$	Parede do duto

### Sobrescrito

$ad$	Termo anti-difusivo
$B$	Força devido à aceleração ( <i>Basset</i> )
$cad$	Correção do termo anti-difusivo
$C$	Força de colisão ( <i>Collision</i> )
$d$	Termo difusivo
$D$	Força de arrasto ( <i>Drag</i> )
FCT	Método Numérico FCT

$L$	Força de elevação ( <i>Lift</i> )
$n$	Discretização no tempo
RI	Método Numérico Ritzmyer
$T$	Turbulento
$V$	Força da “massa virtual” ( <i>Virtual Mass</i> )

## Acrônimos

BDF	Método numérico BDF ( <i>Backward Differentiation Formulas</i> )
CFD	Dinâmica dos fluidos computacional ( <i>Computational Fluid Dynamics</i> )
CFL	Número de CFL ( <i>Courant-Friedrichs-Lewy</i> )
DFM	Modelo de Mistura ( <i>Drift-Flux Model</i> )
DIVPAG	Sub-rotina da biblioteca numérica do FORTRAN
ELV	Estratégia de Localização de Vazamento
FCT	Método numérico FCT ( <i>Flux-Corrected Transport</i> )
HEM	Modelo de Equilíbrio Homogêneo ( <i>Homogeneous Equilibrium Model</i> )
IMSL	Biblioteca numérica do FORTRAN
IVPAG	Sub-rotina da biblioteca numérica do FORTRAN
NCT	Termo não conservativo ( <i>Non Conservative Term</i> )
NFT	Termo de fluxo numérico ( <i>Numerical Flux Term</i> )
SPM-4	Modelo de pressão única com 4 equações ( <i>Single Pressure Model – 4 Equations</i> )
TFM	Modelo de Dois Fluidos ( <i>Two-Fluid Model</i> )
TVD	Método numérico TVD ( <i>Total Variation Diminishing</i> )

# CAPÍTULO 1 – Introdução

## 1.1 Motivação

O escoamento bifásico é um assunto de enorme interesse tanto da indústria como do setor acadêmico devido às suas inúmeras aplicações, como por exemplo, o setor de alimentos, nuclear, de refrigeração e de óleo e gás. Focando na indústria de óleo e gás, o escoamento bifásico é encontrado, principalmente, nos campos *offshore* que utilizam gasodutos para escoar sua produção. O petróleo, juntamente com água e gás, é extraído dos poços produtores para a plataforma que trata e prepara os fluidos antes de transportá-los em navios ou gasodutos até o continente. Atualmente no Brasil, grande parte da produção de petróleo se encontra no mar e, em alguns casos, as reservas de petróleo se localizam em profundidades muito grandes, como por exemplo, os campos de petróleo conhecidos como pré-sal (PETROBRAS).

Os gasodutos são responsáveis por transportar petróleo da plataforma ao continente sobre o leito oceânico por longas distâncias podendo apresentar trechos de diferentes inclinações com longos dutos horizontais, ou quase horizontais. Devido ao grande interesse da indústria nacional do petróleo que visa atender às necessidades de produção e extração dos novos campos *offshore* em transportar a produção por gasodutos bifásicos, estudos nesta área são muito importantes.

Para escoamento em gasodutos, considera-se que os fluidos envolvidos que compõem essa mistura bifásica são o óleo para fase líquida e o gás natural para fase de gás, como fase predominante. O comportamento do escoamento nestes dutos é apresentado pelo padrão estratificado em maior parte, podendo ocorrer outros padrões como padrão de bolhas, anular ou com golfadas.

Para caracterizar o escoamento bifásico é preciso avaliar, no mínimo, três aspectos importantes sob o ponto de vista teórico: (i) os padrões de escoamento que se formam e sua modelagem através de leis de fechamento; (ii) as interações entre as fases (caracterização da interface entre elas) e seus efeitos sobre o escoamento; (iii) e a formulação do modelo para escoamento bifásico. A depender do modelo empregado,

fenômenos como a mudança de fase e a dissolução da fase gás na fase líquida devem ser considerados.

A indústria do petróleo continua desenvolvendo tecnologia para acompanhar o escoamento de fluidos como óleo e gás transportados em dutos, a fim de assegurar a eficiência e segurança do escoamento em dutos de produção e transporte, evitando a ocorrência de acidentes e danos ambientais. Portanto, há necessidade de simular o escoamento bifásico em projetos com monitoramento de operações como detecção e localização de vazamento prevendo ocorrências de transientes abruptos, oriundos de abertura e fechamento de válvulas, por exemplo, passagem rotineira de PIG (*Pipeline Inspection Gauge*), formação de hidrato, e ocorrência de vazamentos que precisam ser detectados e localizados o quanto antes, minimizando os danos gerais.

Em particular, este trabalho está concentrado na ocorrência de vazamentos, tendo como foco propor uma estratégia de localização de vazamento em escoamento bifásico. Com base na complexidade inerente ao tratamento matemático do escoamento bifásico, pode-se inferir que qualquer modelo de localização de vazamento baseado nestes modelos matemáticos para escoamento bifásico carrega consigo as mesmas complexidades.

A localização de vazamento se baseia nos casos gerados para resolver o sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas através do modelo matemático de Dois Fluidos com o método FCT (*Flux-Corrected Transport*), para os diversos casos com vazamento de magnitude diferente e em posições variadas no duto. Conhecendo cada situação de vazamento, aplica-se a estratégia de localização, a fim de, resolver o sistema de equações diferenciais ordinárias oriundas do modelo matemático para regime permanente e localizar os diferentes vazamentos estudados para determinar o ponto de intersecção das curvas de distribuição de pressão geradas a partir dos contornos nas extremidades do duto.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

Neste trabalho, objetiva-se desenvolver um modelo de localização de vazamentos em gasodutos contendo escoamento bifásico em regime permanente no interior de um duto horizontal, considerando apenas o padrão de escoamento estratificado, para o fluido

de óleo e gás. O desenvolvimento do modelo proposto é baseado no modelo de Dois Fluidos com quatro equações de conservação (duas equações de conservação de massa e duas equações de conservação da quantidade de movimento, uma para cada fase), pressão única para as fases, e considerando apenas a fase gás como compressível.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Para desenvolver o modelo de localização de vazamento, primeiro, se estudou o escoamento bifásico baseado no modelo de Dois Fluidos para resolver o sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas. Fez-se necessário uma análise de hiperbolicidade e imposição de condição de contorno para simular corretamente os escoamentos bifásicos, e ainda, um estudo para determinar a acurácia do método numérico FCT (*Flux-Corrected-Transport*) aplicado ao modelo de Dois Fluidos.

Desta forma, os casos foram simulados para determinar o comportamento do escoamento bifásico prevendo a situação de ocorrência de vazamento ou não. Utilizaram-se os resultados obtidos para cada caso de escoamento com e sem vazamento para analisar as variáveis de interesse conforme seus comportamentos físicos. Conhecendo todos os casos de interesse neste estudo para localizar vazamento, em diferentes posições no duto e nas várias magnitudes de vazamento, aplicou-se a estratégia de localização para calcular a posição do vazamento e o erro associado à cada caso.

A estratégia de localização de vazamento para escoamento bifásico, proposta neste trabalho, baseia-se no ponto de intersecção das linhas de distribuição de pressão geradas a partir da entrada e saída do gasoduto. Essa estratégia exige o conhecimento das variáveis dependentes do escoamento nas extremidades do gasoduto. O modelo proposto utiliza um sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares, resolvidas numericamente ao longo da extensão do gasoduto da entrada para saída, e vice-versa, tendo como condições iniciais as pressões, as frações volumétricas de líquido e velocidades de gás e líquido nesses locais. Este modelo admite como premissa básica o regime permanente, portanto, o seu sucesso fica condicionado ao estabelecimento desse regime após a ocorrência do vazamento.

Os resultados de localização de vazamento obtidos com a estratégia proposta foram analisados através da comparação entre todos os casos estudados para entender como a magnitude e a posição do vazamento no duto podem influenciar na localização. Ainda,

houve um estudo dedicado à análise de incerteza da medida de pressão aplicada à estratégia de localização desenvolvida neste trabalho.

O modelo desenvolvido foi utilizado para analisar cenários operacionais de gasodutos reais, e os resultados foram comparados com aqueles obtidos com o *software* comercial para escoamento bifásico OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2), também baseado no modelo de Dois Fluidos, que é usado como referência.

Dentre as principais contribuições desta tese de doutorado, pode-se ressaltar o modelo de localização de vazamento para escoamento bifásico de padrão estratificado em dutos horizontais, descrito e apresentado no texto deste trabalho. Considera-se que esta tese apresenta uma proposta inédita na literatura para uma possível estratégia de localização de vazamento que pode ser utilizada futuramente na indústria de óleo e gás.

### **1.3 Organização dos Capítulos da Tese**

Pode-se dividir esta tese de doutorado em sete grandes etapas distintas, conforme cada capítulo definido no trabalho.

No capítulo 2, apresenta-se a revisão bibliográfica dos artigos relevantes para o desenvolvimento deste do trabalho na área de escoamento bifásico e localização de vazamento. Este capítulo contempla os modelos de escoamento bifásico, e abordagens do problema de localização de vazamentos em dutos monofásicos.

O capítulo 3 é dedicado à apresentação do modelo escolhido para estudar o escoamento bifásico em abordagem unidimensional, com apresentação das hipóteses simplificadoras adotadas. Demonstra-se todo o desenvolvimento da análise de hiperbolicidade e imposição das condições inicial e de contorno para o modelo de escoamento selecionado neste estudo.

No capítulo 4, exhibe-se todo o equacionamento do problema de localização de vazamento e desenvolvimento da estratégia de localização. Além disso, detalha-se o algoritmo numérico utilizado e faz-se uma ilustração dos tipos de resultados do escoamento bifásico com vazamento, que são obtidos neste trabalho com vistas a descrever como as variáveis de interesse se comportam nesse cenário.

O capítulo 5 detalha o método numérico usado na solução do sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas para escoamento bifásico utilizado neste trabalho. Apresenta-se também, o método numérico utilizado na estratégia de localização de

vazamento. As condições de contorno para ambos os métodos numéricos são apresentadas conforme cada caso. Demonstra-se o critério de convergência utilizado para atingir o regime permanente nas simulações.

No capítulo 6 apresenta-se o detalhamento dos casos estudados, como as propriedades dos fluidos e os dados correspondentes a geometria do duto. Este capítulo mostra os resultados e discussões sobre as simulações para escoamento bifásico com e sem vazamento, além de, discutir sobre a importância da análise de hiperbolicidade e imposição da condição inicial e de contorno para cada caso estudado. Este capítulo mostra ainda, a análise de acurácia do método numérico FCT (*Flux-Corrected-Transport*) no espaço. São realizadas também comparações dos resultados obtidos com o *software* comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2).

No capítulo 7 discute-se as conclusões deste trabalho e faz-se algumas sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2 – Revisão Bibliográfica

### 2.1 Introdução

A revisão bibliográfica apresentada nesta tese abrange o escoamento bifásico generalizado para vários modelos e padrões de escoamento (anular, estratificado, golfada e bolhas). Este capítulo contempla os modelos de escoamento bifásico para os padrões de escoamento e metodologias para solução do problema de localização de vazamentos em dutos monofásicos e os respectivos métodos numéricos de solução utilizados.

### 2.2 Escoamento Bifásico

O escoamento é considerado bifásico quando há dois fluidos distintos escoando no mesmo duto, que representam as duas fases envolvidas. Neste estudo, as duas fases consideradas são a fase líquida e a fase gasosa.

Pela sua complexidade, o escoamento bifásico em dutos pode ser classificado de muitas formas. Esta classificação depende dos padrões de escoamento observados, da forma que se deseja caracterizar a interface entre as fases e da modelagem matemática a ser utilizada na análise do problema de engenharia em questão. Nos trabalhos de Taitel & Dukler (1976) e Ishii & Hibiki (2006) pode-se observar essa classificação conforme as opções de modelo matemático e padrões de escoamento disponíveis para estudar o escoamento bifásico.

Os modelos matemáticos mais encontrados na literatura, para a análise de escoamento bifásico em dutos apresentam uma descrição detalhada dos fenômenos físicos e seus padrões de escoamento associados. Os modelos matemáticos podem ser classificados como: Modelo do Equilíbrio Homogêneo (*Homogeneous Equilibrium Model*); Modelo de Mistura (*Drift-Flux Model*); e Modelo de Dois Fluidos (*Two-Fluid Model*). Esses três modelos pressupõem que o escoamento é unidimensional, ou seja, as grandezas físicas para cada fase são uniformes por seção transversal do duto, podendo variar apenas ao longo do duto. O tratamento matemático do escoamento bifásico utilizado neste projeto baseia-se no Modelo de Dois Fluidos. Especificamente, o modelo aqui utilizado compreende quatro equações, sendo uma equação de conservação de massa

e uma de quantidade de movimento para cada fase, e considera a pressão igual nas duas fases, em cada seção transversal do duto. O escoamento é considerado isotérmico.

O escoamento bifásico pode ser classificado de muitas formas, dependendo do critério que cada autor utiliza. Os fenômenos físicos, tais como os padrões de escoamento, interações entre as fases e modelagem matemática desses fenômenos para escoamento bifásico são avaliados conforme a visão e a priorização específica de cada autor. A seguir, os trabalhos mais importantes e recentes são comentados e citados neste capítulo de acordo com os padrões de escoamento e modelos matemáticos utilizados neste trabalho.

### 2.2.1 Padrões de Escoamento

A classificação dos padrões de escoamento para escoamento bifásico é baseada na geometria formada pela interface, que pode ser móvel ou deformável, entre as fases. Portanto, entende-se que cada padrão de escoamento segue as características de escoamento em duto conforme a geometria de suas interfaces, podendo apresentar descontinuidade de suas propriedades nesta região e suas proximidades. O escoamento bifásico de óleo e gás pode ser classificado conforme os padrões descritos em Shaha (1999) e Ishii & Hibiki (2006).

Para casos de dutos horizontais ou quase horizontais (onde o duto tem uma pequena inclinação em relação à horizontal), Shaha (1999) identifica quatro padrões principais de escoamento: anular, estratificado, bolhas e golfadas. Shaha (1999) também classifica como padrões secundários ou transitórios os padrões formados pelas variações ou combinações destes padrões principais. Os padrões de escoamento classificados como padrões principais, são citados em artigos clássicos, como o de Taitel & Dukler (1976) que é uma referência nesse assunto, representando cada padrão de escoamento conforme as variações de velocidades superficiais dos fluidos para cada caso específico.

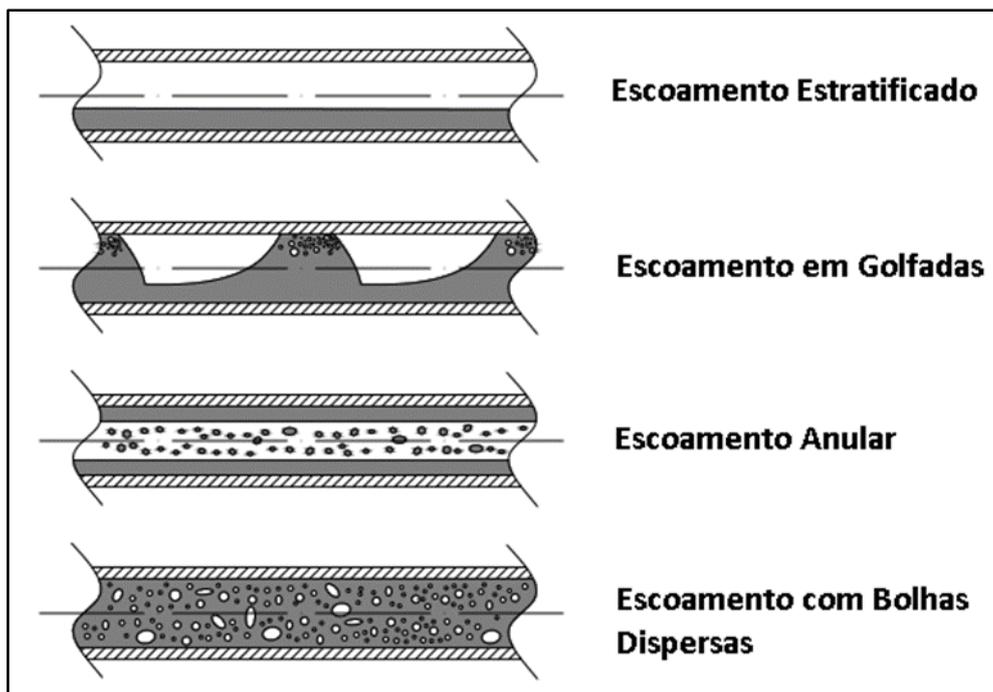


Figura 2.1 – Padrões de escoamento bifásico em duto horizontal ou quase horizontal.

Na Fig. 2.1, os quatro padrões principais de escoamento bifásico são apresentados para dutos horizontais ou quase horizontais. Observando a figura, pode-se notar como cada padrão de escoamento possui uma interface diferente entre as fases, essa diferença na interface representa a condição do escoamento como, pressão, temperatura, viscosidade, fração volumétrica e velocidade. Através dos resultados apresentados no trabalho de Taitel & Dukler (1976) pode-se observar que para um determinado fluido com pressão e temperatura definida, os padrões de escoamento são delimitados por um mapa de regiões variando as velocidades superficiais de gás e de líquido. O escoamento estratificado ocorre para casos com velocidades superficiais de líquido e de gás baixas. À medida que a velocidade superficial do gás aumenta, mantendo a do líquido, pode-se observar o escoamento anular. O escoamento em golfadas aparece quando se aumenta velocidades superficiais de gás e líquido. E finalmente, para altas velocidades superficiais de líquido, tem-se o escoamento de bolhas. Para casos estudados nesta tese, foi escolhido o padrão de escoamento estratificado, e mesmo o escoamento sofrendo alterações em variáveis como pressão e velocidades durante as simulações, o padrão estratificado é mantido por todo o escoamento.

## 2.2.2 Modelos para Escoamento Bifásico

O escoamento bifásico compreende setores distintos do conhecimento (várias áreas de interesse acadêmico e da indústria), assim, o desenvolvimento de algoritmos para cada um deles requer abordagens específicas. Portanto, os modelos matemáticos para escoamento bifásico podem ser classificados, conforme Fabre *et al.* (1989), entre os três modelos disponíveis:

- Modelo de Equilíbrio Homogêneo (*Homogeneous Equilibrium Model* – HEM)
- Modelo de Mistura (*Drift-Flux Model* - DFM)
- Modelo de Dois Fluidos (*Two-Fluid Model* - TFM)

### 2.2.2.1 Modelo de Equilíbrio Homogêneo (*Homogeneous Equilibrium Model* – HEM)

Para escoamento bifásico, o modelo de Equilíbrio Homogêneo é aquele que possui a formulação mais simples. Sua principal característica é supor que a velocidade, a pressão e a temperatura das duas fases e da interface são iguais. Neste tipo de escoamento, as fases estão acopladas como uma mistura e, portanto, suas velocidades estão muito próximas, podendo ser consideradas iguais. Esta formulação segue o sistema de equações do modelo monofásico o qual considera que ambas as fases são representadas por uma única fase de mistura, com uma equação de conservação de massa, uma para quantidade de movimento e outra para energia.

Neste caso, as propriedades físicas da mistura podem ser muito próximas às propriedades da fase predominante, dependendo da equação utilizada para obter essas propriedades, e em alguns casos utiliza-se equações de estado específicas (Peng & Robinson, 1976 e Soave, 1972) para determinar as propriedades desta mistura. Além disso, o modelo de Equilíbrio Homogêneo utiliza, quando necessário, um termo fonte correspondente. O termo fonte pode ser adotado de acordo com Corradini (1997).

Por se tratar de um modelo simples, há algumas imprecisões intrínsecas no modelo de Equilíbrio Homogêneo, como, por exemplo, na estimativa de propriedades de transporte como a viscosidade e a condutividade térmica. Algumas simplificações podem ser utilizadas como alternativa ao cálculo das propriedades de mistura, como, por exemplo, utilizar os dados de viscosidade e condutividade térmica da fase predominante.

O modelo de Equilíbrio Homogêneo pode ser usado em escoamento bifásico, principalmente, em simulação de trocadores de calor e para padrão de escoamento com bolhas dispersas, conforme o trabalho de Clerc (2000). Porém, este modelo não deve ser utilizado em casos que se necessita modelar algum efeito de não equilíbrio.

Dentre as várias aplicações de engenharia, o modelo de Equilíbrio Homogêneo pode ser classificado de várias formas. Uma delas é o modelo para escoamento isotérmico (que deveria ter uma equação de conservação da quantidade de movimento para cada fase), com uma equação de quantidade de movimento para a mistura. Para essa discussão, o trabalho de Garg *et al.* (2009), bem com os trabalhos de Mori *et al.* (1976) e Sharma *et al.* (1985) podem ser citados. Foram encontradas algumas críticas a este modelo em Stewart & Wendroff (1984) e Manninen & Taivassalo (1996). Conforme dito, este é um modelo limitado e, para ser usado, deve-se verificar sua validade para o caso a ser estudado. É determinante validar o equilíbrio termodinâmico com informações de experimento, ou de teorias bem conceituadas.

Há ainda o modelo de Equilíbrio Homogêneo modificado, onde sua formulação é desenvolvida de forma similar ao modelo de Mistura (*Drift-Flux Model*), isto significa, que é necessário considerar a diferença entre as velocidades em cada fase.

#### 2.2.2.2 Modelo de Mistura (*Drift-Flux Model* - DFM)

Como no modelo de Equilíbrio Homogêneo, o modelo de Mistura utiliza a mesma pressão e temperatura para ambas as fases e para a interface, porém com velocidades diferentes para cada uma das fases. O principal fator responsável pela diferença de velocidade entre as fases se deve às forças de corpo, como a força da gravidade e a força centrífuga. A relaxação da hipótese de velocidades iguais entre as fases, utilizada no modelo de Equilíbrio Homogêneo, é mais relevante ao modelo quando a diferença entre as massas específicas de cada fase é muito grande na presença de campos gravitacionais e gradientes de pressão não desprezíveis. Para escoamento em duto não horizontal dada uma diferença de massa específica, efeitos de empuxo tendem a introduzir uma diferença de velocidade da fase dispersa em relação à fase contínua.

Este modelo de Mistura é formado por um sistema de equações, com uma equação de conservação de massa para cada fase (ou em alguns casos uma equação de conservação de massa para a mistura), uma equação de energia para a mistura e outra uma equação de

conservação para quantidade de movimento para mistura que relaciona as diferenças de velocidades entre as fases, ou seja, a velocidade de escorregamento entre a fase gasosa e líquida.

Para o modelo de Mistura as velocidades de cada fase são determinadas através das equações constitutivas correspondentes ao caso a ser estudado. Portanto, o escoamento deve apresentar as fases acopladas de forma que a mistura contenha partículas de líquido e não partículas de gás (caso que deve ser resolvido através do modelo de Equilíbrio Homogêneo). Comparado com o modelo de Equilíbrio Homogêneo, o modelo de Mistura é mais complexo, e as velocidades relativas das fases são calculadas através de uma formulação de balanço de forças para a fase dispersa, ou através de uma correlação algébrica.

Este modelo também tem suas limitações, e é sempre importante verificar sua validade para o caso a ser estudado. É necessário também validar a hipótese de equilíbrio termodinâmico com informações de aplicações práticas, experimentos ou teorias bem conceituadas. A formulação do modelo de Mistura foi explorada em muitos trabalhos, como os de Masella *et al.* (1998) e Faille & Heintze (1999) para escoamento isotérmico, e Pauchon *et al.* (1993) e Ishii & Hibiki (2003) com uma formulação mais generalizada considerando a equação da energia. Todos os artigos citados utilizam, uma equação de conservação de massa para cada fase, exceto, o artigo de Faille & Heintze (1999) que utiliza uma equação apenas de conservação de massa para a mistura.

#### 2.2.2.3 Modelo de Dois Fluidos (*Two-Fluid Model* - TFM)

O modelo de Dois Fluidos é o modelo mais complexo utilizado para resolver o problema de escoamento bifásico, comparando com o modelo de Equilíbrio Homogêneo e modelo de Mistura, uma vez que as fases são identificadas e tratadas de forma separada. Este modelo é formado por um sistema de equações, com uma equação de conservação de massa, uma de quantidade de movimento e outra de energia para cada fase. Assim, as variáveis de velocidade, pressão e temperatura são distintas (para cada fase).

Para o escoamento bifásico, o modelo de Dois Fluidos é considerado o mais robusto por apresentar as fases de forma independente, como apresentado por Ishii & Hibiki (2006). Porém, em alguns casos pode-se considerar apenas uma equação de energia para a mistura, desde que a diferença de temperatura entre os fluidos não seja significativa, o

que permite supor uma temperatura única na seção do duto, de acordo com alguns autores, como Abbaspoura *et al.* (2010).

Como uma das características do modelo é analisar as fases separadamente, isto implica em pressão distinta para cada fase. Assim, a diferença de pressão entre as fases pode ocorrer por motivos relacionados a efeitos dinâmicos. É possível também notar uma diferença de pressão relativa entre as fases, quando há fluxo de massa na interface devido à mudança de fase (evaporação ou condensação). Esses são os principais motivos para justificar as diferenças de pressão nas fases.

A desvantagem desse modelo é a indisponibilidade de dados experimentais confiáveis em várias situações para formular detalhadamente as interações interfaciais. Por outro lado, a vantagem do modelo é ser um modelo que define mais detalhadamente a realidade do processo de transporte de fluidos. Como as equações de quantidade de movimento das fases quantificam as instabilidades e a dinâmica das interfaces, esses são os principais fatores que determinam os padrões de escoamento. Conclui-se que, para definir padrões de escoamento, esse modelo é o mais indicado, pois os outros dois (modelo de Equilíbrio Homogêneo e de Mistura) são considerados modelos mais simples.

O modelo de Dois Fluidos é utilizado no desenvolvimento desta tese para descrever o escoamento bifásico. A formulação do modelo escolhido propõe algumas simplificações, como escoamento isotérmico, e é constituído apenas por equações de conservação de massa e quantidade de movimento para cada uma das fases separadamente (sem equação da energia), e também relações constitutivas e coeficientes de transporte interfacial definido para cada caso.

Devido a escolha do modelo de Dois Fluidos para estudar o escoamento bifásico, a pesquisa bibliográfica foi aprofundada neste assunto. Alguns autores devem ser citados como referências clássicas, tais como Fabre *et al.* (1989) que apresentam a formulação geral para o modelo de Dois Fluidos abrangendo os quatro principais padrões em escoamento unidimensional, e discute-se as limitações desta formulação generalizada para todos os padrões de escoamento, e Ishii & Mishima (1984) mostrando as equações gerais de conservação para o modelo de Dois Fluidos em escoamento tridimensional e unidimensional, abordando a dificuldade em modelar as várias relações constitutivas para o termo de transferência interfacial. O modelo foi discutido em detalhes partindo do problema tridimensional para obter o modelo unidimensional em Ishii & Mishima (1984) e Ishii & Hibiki (2006). Encontrou-se vários trabalhos para escoamento isotérmico

unidimensional, supondo que a temperatura é constante ao longo do duto, e padrão de escoamento estratificado nas teses de Omgba-Essama (2004), Baptista (2013) e Bueno (2013), onde o modelo é composto por quatro equações de conservação, duas equações para a massa, uma para a fase líquida e outra para gasosa, e mais duas para a quantidade de movimento para as mesmas duas fases. Neste contexto, para padrão de escoamento com golfadas é importante citar o trabalho de Issa & Kempf (2003).

Muitos outros autores podem ser citados ainda, como Saurel & Abgrall (1999) que desenvolveram um modelo que consiste em um sistema com sete equações para resolver o problema de escoamento bifásico, sendo seis as equações já conhecidas (massa, quantidade de movimento e energia para cada fase) e mais uma equação para a evolução da fração volumétrica de líquido ao longo do duto. Este sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas é incondicionalmente hiperbólico, isto é, as raízes do polinômio característico associado a esse sistema resulta em autovalores sempre reais.

Utilizando o método numérico TVD na simulação para resolver o problema do escoamento bifásico com o modelo de Dois Fluidos para escoamento unidimensional em regime transiente, Dukhovnaya & Adewumi (2000) utilizaram um modelo com seis equações de conservação (massa, quantidade de movimento e energia, uma para cada fase). O resultado para o caso transiente de fechamento de válvula utilizando o método TVD apresentou pouco efeito dispersivo, porém, os resultados deste artigo não foram validados por falta de dados experimentais.

Encontrou-se, também, outros trabalhos sobre escoamento bifásico dentro dessa pesquisa, como o padrão de escoamento é uma das principais características do escoamento bifásico, há alguns trabalhos específicos para cada padrão de escoamento, como por exemplo Abbaspoura *et al.* (2010) que apresentam o escoamento bifásico para padrão disperso, Carneiro *et al.* (2011) e Simões *et al.* (2013) para padrão golfada, e Simões *et al.* (2014) descrevem simulações numéricas com o modelo de interesse para a transição do padrão estratificado para o padrão golfada. Para escoamento bifásico, outra característica a ser considerada é a transferência de massa entre as fases, assim, os autores Morales-Ruiz *et al.* (2012) apresentam resultados para simulação do modelo de Dois Fluidos comparados aos resultados experimentais considerando a transferência de massa entre as fases.

### 2.3 Localização de Vazamento

Todos os artigos encontrados na literatura durante o trabalho de revisão bibliográfica sobre localização de vazamento descrevem modelos para escoamentos monofásicos em dutos, relacionados tanto a oleodutos quanto a gasodutos. A maioria desses trabalhos considera o escoamento em regime permanente. Alguns desses trabalhos contemplam não apenas métodos de localização de vazamento, mas também modelagens específicas para detecção e quantificação de vazamento. Nesses casos, a localização se torna um complemento na formulação de detecção de vazamento. Do conjunto de trabalhos encontrados na literatura, os mais importantes relacionados a escoamentos monofásicos em dutos foram analisados e detalhados a seguir.

Baghdadi e Mansy (1988) apresentaram um modelo matemático para localizar vazamento em oleoduto terrestre. O furo que representava o vazamento foi aberto para a atmosfera, e poderia ser geometricamente apresentado em forma circular ou retangular. O escoamento é monofásico, permanente e pode estar em regime laminar ou turbulento, e o fluido é considerado incompressível. O método de localização de vazamento baseia-se na equação da perda de carga para escoamento em dutos e correlaciona a vazão com a altura piezométrica. O modelo hidráulico prevê que o gradiente de pressão entre a entrada do duto e o ponto de vazamento é diferente do gradiente de pressão entre o ponto de vazamento e a saída do duto. Um modelo experimental foi desenvolvido para verificar o modelo matemático proposto. Os resultados calculados foram comparados com dados experimentais e indicaram que o erro encontrado no cálculo da posição de vazamento é menor quando este está localizado perto da saída do duto. Os resultados mostraram também que o erro é um pouco menor se o furo for retangular. Embora o trabalho apresente apenas resultados para vazamento aberto para a atmosfera, o autor afirma ser possível estendê-lo para vazamentos submersos em dutos offshore. Outra extensão natural da teoria apresentada é localizar vazamento em escoamento bifásico de mistura ou de fluido compressível.

Na mesma época, Turner & Mudford (1988) apresentaram um *software* chamado SIROLEAK que é projetado para trabalhar em conjunto com o sistema de controle de supervisão e aquisição de dados SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*). O SIROLEAK é capaz de detectar, determinar quando o vazamento iniciou, localizar e quantificar o vazamento em um duto de gás monofásico e isotérmico. As variáveis

fornecidas através do sistema SCADA são: pressão, temperatura e vazão mássica do gás. Para detectar o vazamento, o duto é dividido em segmentos, sendo que cada segmento é delimitado pelos pontos onde os dados são adquiridos. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são resolvidas em cada segmento independentemente, usando um esquema de diferenças finitas linear totalmente implícito. Como resultados finais, para o menor valor de vazamento estudado, o vazamento só foi detectado após 0,5 h de seu início, e o ponto de vazamento calculado era distante da posição original do vazamento. Porém para maiores valores de vazamento, este foi detectado após 0,1 h de seu início, e foi localizado muito mais próximo da posição correta comparado com o caso anterior.

Geiger *et al.* (2000) investigaram três diferentes modelos para detectar e localizar vazamentos em escoamentos compressíveis: (i) modelo não-linear de parâmetros distribuídos; (ii) modelo linear de parâmetros distribuídos e (iii) modelo de parâmetros discretos (*lumped*). O modelo básico é um modelo não-linear de parâmetros distribuídos obtido através do princípio da conservação de massa e da Segunda Lei de Newton. Todos os outros métodos são obtidos por linearização e transformação de Laplace influenciado por um modelo de múltiplas entradas e múltiplas saídas. O modelo não-linear de parâmetros distribuídos foi simulado através de um programa chamado PIPESIM (SCHLUMBERGER) que obtém bons resultados, mas demanda um alto custo computacional. Os modelos lineares fornecem bons resultados apenas para sinais captados com pouco ruído. A fim de comparação, todos os sinais foram tratados por um instrumento de erro analítico para minimizar os ruídos captados através das variáveis de interesse na entrada e na saída do duto. Os modelos lineares apresentaram um erro significativamente maior, comparado ao modelo não-linear, quando se estima a localização de vazamento.

Baptista *et al.* (2001) estudaram as incertezas associadas ao método de localização de vazamento em dutos descrito em Baghdadi e Mansy (1988). Este método se baseia na equação da perda de carga em regime permanente para escoamentos monofásicos isotérmicos e identifica o ponto de vazamento como aquele em que há uma mudança da inclinação do gradiente de pressão ao longo do duto. O estudo mostra que a incerteza apresentada na localização do ponto de vazamento desprezando o termo transiente do escoamento, depende apenas da qualidade da instrumentação da linha, da magnitude do vazamento e de sua localização. Na instrumentação da linha são usados medidores de

pressão e vazão nas extremidades do duto, e quanto maior a incerteza dos medidores de vazão, mais visível é a variação da incerteza de localização ao longo do duto. Esses resultados foram extraídos de simulações que apresentam vazamentos entre 1% e 15% da vazão nominal da linha, onde a incerteza de localização cresce exponencialmente com a redução do vazamento. Quando o vazamento é localizado no meio do duto a incerteza é menor em relação às extremidades, pois quando a posição do vazamento se aproxima das extremidades a incerteza apresenta uma distribuição parabólica ao longo do duto.

Verde (2005) propôs um modelo de aproximação para detectar a localização de multi-vazamentos em escoamentos de líquidos que usa apenas sensores de vazão e pressão nas extremidades do duto. Essa aproximação propõe um modelo não-linear simples para dutos com vazamentos, usando uma discretização não uniformes em alguns trechos, com limites desconhecidos que dependem das posições dos vazamentos. A inovação desse algoritmo de detecção e localização é a utilização de um sistema de multitarefa: (i) o acompanhamento contínuo do duto à procura de condições de vazamento, e (ii) quando uma condição de vazamento for detectada, o sistema é acionado e inicia a localização do parâmetro desconhecido (posição). Durante a simulação, o sinal de erro é minimizado satisfazendo restrições físicas. No entanto, o limite residual entre o sinal estimado e o sinal captado deve ser escolhido com cuidado, para evitar falsos alarmes.

Yang *et al.* (2010) analisaram as propriedades da transformação de *wavelet* e seu potencial para aplicações em localização de vazamento em gasoduto. Os autores testaram três métodos: (i) Princípio da Propagação da Onda Acústica para Localizar o Vazamento, onde é avaliada a amplitude do gradiente de pressão, a diferença de tempo entre os sinais detectados nas extremidades, e a velocidade de propagação no meio, para determinar a posição exata do vazamento; (ii) Fórmula da Localização de Vazamento Modificada, onde a velocidade do gás natural também é considerada, pois esse termo se torna relevante quando há aumento no diâmetro do duto e na velocidade de transporte do gás, e (iii) Método de *Romberg and Dichotomy Searching*, que é a combinação do método da Integral de Romberg com o método *Dichotomy Searching*, onde a velocidade da onda de pressão e a velocidade do gás natural são consideradas parâmetros variáveis. Os resultados dos testes com esses métodos foram comparados com os dados experimentais de um gasoduto real. O experimento foi realizado em um gasoduto real chinês na cidade de Tianjin com comprimento de 62,1 km e com a presença de uma válvula a 36,2 km da

entrada (representa o vazamento). A onda de pressão negativa é obtida através da abertura dessa válvula, e as pressões de entrada e saída são medidas por dois sensores instalados nas extremidades do gasoduto. Como resultado, os dois primeiros métodos que consideram a velocidade um parâmetro constante, apresentaram um erro maior que o terceiro método. O método de *Romberg and Dichotomy Searching* apresentou um erro relativo de aproximadamente 1% na localização, para as condições estudadas.

Santos *et al.* (2011) apresentaram uma nova abordagem para detectar vazamento em dutos de gás com alta pressão. Os autores utilizaram dois detectores idênticos de vazamento modelados como um sistema LPV (*Linear Parameter Varying*), cujos sinais captados são as pressões de entrada e saída do duto. Os dois detectores são simultaneamente acionados para permitir a localização do vazamento. A metodologia foi testada com dados fornecidos pelo SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*), mas a acurácia na localização do vazamento ficou limitada pelos longos períodos de amostragem dos dados fornecidos. Esta metodologia ainda não foi aplicada a sistemas mais complexos que possuam maiores taxas de amostragem das variáveis fornecidas.

Outros trabalhos recentes foram encontrados nesta pesquisa bibliográfica abordando a localização de vazamento associado à detecção de vazamento em escoamento monofásico, tanto para líquido quanto para gás, como por exemplo Elaoud *et al.* (2010) apresentando um método de detecção e localização de vazamento para escoamento de hidrogênio e para escoamento com a mistura de hidrogênio e gás natural, Bedjaoui & Weyer (2011) que mostraram um estudo realizado em canais de água da Austrália para detecção e localização de vazamento, Meng *et al.* (2012) propõem um método acústico para detecção e localização de vazamento em escoamento de gás natural com bons resultados, Murvay & Silea (2012) apresentam as vantagens e desvantagens dos métodos de detecção de vazamento apresentados, e um método de localização de vazamento em escoamento de líquido considerando como trabalho futuro detectar e localizar vazamento em dutos de gás, e Ozevin & Harding (2012) apresentam um método chamado de emissão acústica para localizar vazamento de líquido ou gás.

Finalmente, o recente trabalho de Bueno *et al.* (2014) que através do método numérico FCT simulou o escoamento bifásico para o modelo de Dois Fluidos numa tubulação com um vazamento e obteve excelentes resultados.

# CAPÍTULO 3 – Modelo Matemático do Escoamento Bifásico

## 3.1 Escoamento Bifásico

A formulação rigorosa do modelo para escoamento bifásico é representada por um sistema completo de equações tridimensionais, como descrito em Ishii (1975) e Yadigaroglou & Lahey (1976). No entanto, em muitos casos de engenharia, o movimento do fluido é dominante em apenas uma dimensão, tal como, ao longo de um gasoduto, considerando o comprimento (em quilômetros) muito maior que o diâmetro (em centímetros) do duto. Portanto, o desenvolvimento matemático do modelo de Dois Fluidos unidimensional pode ser definido através de diferentes metodologias para as propriedades médias. Os trabalhos de Lahey & Drew (1988) e Ishii & Hibiki (2006) descrevem detalhadamente as ponderações que definem as grandezas médias e as equações unidimensionais obtidas.

Para escoamento isotérmico em um duto com diâmetro interno constante, pode-se usar uma média temporal (Chan & Banerjee, 1981) ou uma média amostral aplicada a um conjunto de dados (Park *et al.*, 1998) para se obter o mesmo conjunto unidimensional de equações de conservação. As variações de formulação se encontram nas diferentes equações constitutivas empregadas para o fechamento do sistema de equações e nos respectivos modelos específicos encontrados na literatura.

Ongba-Essama (2004) afirma que, para escoamento isotérmico em dutos com diâmetro constante, pode-se usar a média temporal ou a média estatística Euleriana (*ensemble-average*), pois ambas fornecem o mesmo conjunto de equações de conservação unidimensionais.

### 3.1.1 Equações Gerais de Conservação para Modelo de Dois Fluidos

Como mencionado acima, a dedução rigorosa de equações para escoamento bifásico é bastante complexa e pode ser encontrada em Ishii & Hibiki (2006), que descrevem detalhadamente todo o procedimento para a obtenção desse sistema de equações. Assim, após aplicar o método das médias nas equações gerais de conservação, obtém-se:

- Equação de Conservação da Massa (Continuidade)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_k \alpha_k u_k) = \Gamma_k, \quad (3.1)$$

onde o subscrito  $k$  define a fase líquida ou gasosa considerada,  $\rho_k$  a massa específica,  $\alpha_k$  a fração volumétrica,  $u_k$  a velocidade e  $\Gamma_k$  a taxa de transferência de massa entre as fases.

- Equação de Conservação da Quantidade de Movimento

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k u_k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_k \alpha_k u_k^2) = & -\alpha_k \frac{\partial p_k}{\partial x} - \Delta p_{kl} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \alpha_k (\tau_k + \tau_k^T) \right], \\ & + T_{kl} + T_{kw} + \Gamma_k u_{kl} - \rho_k \alpha_k g \sin \beta \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde as variáveis  $p_k$ ,  $\tau_k$ ,  $\tau_k^T$  são, respectivamente, pressão, tensão viscosa e tensão turbulenta da fase  $k$ . O termo  $\Delta p_{kl}$  representa a variação de pressão na fase  $k$ , ou seja, a diferença entre a pressão da fase ( $p_k$ ) e a pressão de interface entre as fases ( $p_{kl}$ ). Em uma formulação mais rigorosa, onde se considera os efeitos de tensão superficial, podem-se ter diferentes pressões interfaciais por fase. As tensões interfaciais e de parede para cada fase  $k$ , respectivamente, são  $T_{kl}$ ,  $T_{kw}$ . O produto  $\Gamma_k u_{kl}$  descreve a troca de quantidade de movimento entre as fases e a última parcela da Eq. (3.2) considera a componente de força devido à gravidade  $g$  e  $\beta$  é o ângulo de inclinação do duto.

Em escoamento bifásico, a presença de interfaces torna o problema matemático e fisicamente muito difícil. Assim, as equações constitutivas para escoamento bifásico são necessárias para descrever as características locais do escoamento.

As Eqs. (3.1) e (3.2) estão sujeitas às seguintes equações para o fechamento do modelo proposto (Ishii & Mishima, 1984 e Omgba-Essama, 2004)):

$$\sum_k \alpha_k = 1, \quad (3.3)$$

$$\sum_k \Gamma_k = 0, \quad (3.4)$$

$$\sum_k T_{kl} - \Gamma_k u_{kl} = 0, \quad (3.5)$$

onde a primeira equação impõe uma restrição sobre as frações volumétricas de cada fase e as duas equações seguintes representam condições de salto relativas à transferência de massa e de quantidade de movimento entre as fases. O modelo apresentado é composto por 22 (vinte e duas) variáveis e 7 (sete) equações.

Considerando desprezíveis os efeitos de tensão viscosa e turbulenta, e considerando que não há transferência de massa entre as fases, pode-se descartar os termos  $\tau_k$ ,  $\tau_k^T$  e  $\Gamma_k$ .

O modelo, agora, simplificado é composto por 14 (quatorze) variáveis e apenas 6 (seis) equações. Serão descritas abaixo as equações genéricas de conservação para as fases, além da definição da geometria, de alguns conceitos básicos e hipóteses simplificadoras.

As variáveis ainda desconhecidas são:  $\rho_G$ ,  $\rho_L$ ,  $\alpha_G$ ,  $\alpha_L$ ,  $u_G$ ,  $u_L$ ,  $p_G$ ,  $p_L$ ,  $\Delta p_{GI}$ ,  $\Delta p_{LI}$ ,  $T_{GI}$ ,  $T_{LI}$ ,  $T_{Gw}$ ,  $T_{Lw}$ .

### 3.1.2 Geometria das Fases e do Duto

A Geometria das fases considera um duto de seção transversal circular de diâmetro  $D$ , altura de líquido  $h_L$ . Considerando área total da seção transversal  $A$ , pode-se definir a área de gás  $A_G$  e líquido  $A_L$  como na Fig. 3.1.

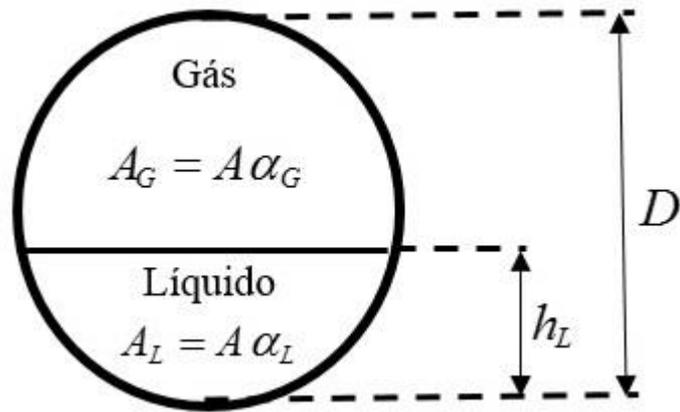


Figura 3.1 – Seção transversal do escoamento.

O escoamento no duto inclinado de um ângulo  $\beta$  (entre a linha do escoamento e a horizontal), conforme a Fig. 3.2.

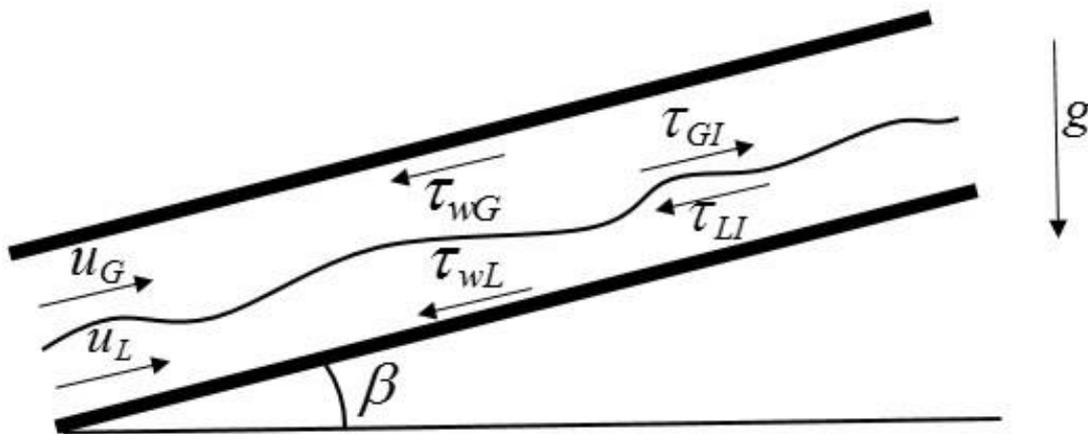


Figura 3.2 – Perfil lateral de escoamento estratificado.

### 3.1.3 Frações Volumétricas para as Fases

Considere as definições das frações volumétricas de líquido e de gás como:

$$\alpha_G = \frac{V_G}{V_L + V_G} \quad (3.6)$$

$$\alpha_L = \frac{V_L}{V_L + V_G} \quad (3.7)$$

onde  $V_G$  e  $V_L$  são os volumes ocupados pela fase gás e líquida, respectivamente. Assim, tem-se:

$$\alpha_G + \alpha_L = 1 \quad (3.8)$$

Em algumas referências como Andreussi & Bendiksen (1989), a variável nomeada fração volumétrica de líquido assume o nome de “*holdup*”, enquanto que a fração volumétrica de gás também é conhecida como fração de vazio (*void fraction*).

### 3.1.4 Equações Constitutivas

As equações constitutivas são apresentadas a seguir para o padrão de escoamento estratificado. Algumas referências como Ishii & Mishima (1984) e Livescu *et al.* (2010) descrevem as equações constitutivas necessárias para o fechamento de um sistema de equações para alguns padrões de escoamento, e no trabalho de Ullmann & Brauner (2006) encontra-se as equações constitutivas desenvolvidas para o padrão estratificado.

#### 3.1.4.1 Termos de Pressão

##### Hipótese de Fluido Barotrópico

Supõe-se que o escoamento é isotérmico e que a fase gasosa é a única fase compressível do escoamento para simplificar o desenvolvimento do modelo. Assim, assume a hipótese de fluido barotrópico, tornando a relação entre a pressão e a massa específica de gás em uma dependência direta como apresentado em

$$\rho_G = \rho_G(p_G). \quad (3.9)$$

Porém, essa restrição precisa ser avaliada quando houver comparação com dados de campo, porque a temperatura é uma componente importante do problema incorporada aos casos reais.

## Pressões Interfaciais

A diferença entre as pressões interfaciais de gás e de líquido é formulada normalmente através da tensão superficial, e sempre considerando o padrão de escoamento selecionado. Alguns trabalhos apresentam essa relação para diferentes padrões de escoamento, Taitel & Barnea (1993) forneceu uma expressão para o padrão estratificado, e Drew & Passman (1999) propões outra para o padrão de bolhas como observa-se a seguir:

- Taitel & Barnea (1993)

$$p_{GI} - p_{LI} = \sigma \frac{\partial h_L^2}{\partial x^2}, \quad (3.10)$$

- Drew & Passman (1999)

$$p_{GI} - p_{LI} = \frac{2\sigma}{r_B}, \quad (3.11)$$

onde  $r_B$  é o raio médio da bolha, e  $\sigma$  é a tensão superficial na interface.

Para simplificar a equação da diferença entre as pressões interfaciais de gás e de líquido, assume-se que o efeito de tensão superficial na interface é desprezível tornando a pressão interfacial de gás igual à pressão interfacial de líquido. Essa hipótese é usada para definir uma nova variável  $p_I$  como pressão interfacial, conforme

$$p_{GI} = p_{LI} = p_I. \quad (3.12)$$

## Termo de Correção de Pressão

O modelo de Dois Fluidos utilizado neste trabalho contém o termo de correção de pressão ( $\Delta p_{kl}$ ), também conhecido como variação de pressão na fase  $k$  (diferença entre a pressão da fase ( $p_k$ ) e a pressão de interface entre as fases ( $p_{kl}$ )), porque pode influenciar a hiperbolicidade do modelo, e muitos autores passaram a incorporá-lo em sua

formulação, o que gerou várias versões diferentes para cada padrão de escoamento. Para o padrão de escoamento estratificado, as referências são os trabalhos de Lahey & Drew (1988), Bestion (1990) e Taitel & Barnea (1993) como apresentado a seguir:

- Lahey & Drew (1988)

$$\begin{cases} \Delta p_L = \rho_L g \cos \beta \left[ -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \frac{1}{3\pi\alpha_L} \text{sen}^3\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right] \\ \Delta p_G = \rho_G g \cos \beta \left[ -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \frac{1}{3\pi\alpha_G} \text{sen}^3\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right] \end{cases}, \quad (3.13)$$

Com

$$\alpha_L = \frac{\gamma - \text{sen}\gamma}{2\pi}, \quad (3.14)$$

onde  $\gamma$  é ângulo subtendido pelo perímetro molhado de líquido.

- Bestion (1990)

$$\Delta p_L = \Delta p_G = \alpha_L \alpha_G (\rho_L - \rho_G) D \cdot g, \quad (3.15)$$

- Taitel & Barnea (1993)

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_L \Delta p_L) = \alpha_L \rho_L g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_G \Delta p_G) = \alpha_G \rho_G g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial x} \end{cases}. \quad (3.16)$$

#### 3.1.4.2 Tensão Interfacial

O termo de tensão interfacial presente no modelo de escoamento bifásico está associado à curvatura da interface (devido à interação entre as fases). O modelo de Ishii (1975) é o mais aceito na literatura e descreve a tensão interfacial como uma combinação linear de importantes forças físicas de acordo com:

$$T_{kl} = T_{kl}^D + T_{kl}^V + T_{kl}^B + T_{kl}^L + T_{kl}^C, \quad (3.17)$$

onde cada sobrescrito ( $D, V, B, L$  e  $C$ ) representa um tipo de força física. Os sobrescritos  $D$  (“*Drag*”),  $L$  (“*Lift*”) e  $C$  (“*Collision*”) significam, respectivamente, força de arrasto, de sustentação e de colisão entre as fases seguindo a sugestão de Ishii & Mishima (1984) para modelar esses termos. Porém, o termo correspondente ao sobrescrito  $B$  (“*Basset*”) assume uma força proposta por Cheng *et al.* (1985). Finalmente, a força de “massa virtual” vinda do sobrescrito  $V$  (“*Virtual mass*”) segue o desenvolvimento de Watanabe *et al.* (1990).

Apesar de reconhecer que todas as forças descritas na Eq. (3.17) encontram-se na literatura com suas interpretações físicas conceituadamente fundamentada, alguns termos são considerados desprezíveis para escoamento estratificado. Ishii & Mishima (1984) sugerem que a força de colisão e de sustentação podem ser desconsideradas. Para escoamento bifásico, Cheng *et al.* (1985) afirma o mesmo para a força *Basset*, e Watanabe *et al.* (1990) sustenta que a força de “massa virtual” pode ser ignorada.

Em resumo, para escoamento bifásico de padrão estratificado, a tensão interfacial é composta apenas pela força de arrasto com efeito de cisalhamento interfacial como ação predominante, e sugere-se como modelo a equação demonstrada por Ishii & Mishima (1984) como:

$$T_{kl} = T_{kl}^D = -\tau_{GI} \frac{S_I}{A}, \quad (3.18)$$

onde,  $S_I$  é o perímetro molhado da interface e  $\tau_{GI}$  é a tensão cisalhante da fase gás na interface. Essa tensão cisalhante é definida em termos do fator de atrito interfacial ( $f_I$ ) como:

$$\tau_{GI} = \tau_I = \frac{1}{2} f_I \rho_G (u_G - u_L) |u_G - u_L|. \quad (3.19)$$

### 3.1.4.3 Fator de atrito interfacial

As correlações para o termo de fator de atrito interfacial são completamente revisadas em Espedal (1998) e Shaha (1999). Apresenta-se, a seguir, apenas as correlações mais usadas e amplamente validadas por Taitel & Dukler (1976), Andritsos & Hanratty (1987) e Andreussi & Persen (1987), como

- Taitel & Dukler (1976)

$$f_I = f_G, \quad (3.20)$$

- Andritsos & Hanratty (1987)

$$f_I = \begin{cases} f_G & J_G < 5 \text{ m/s} \\ f_G \left[ 1 + 15 \left( \frac{J_G}{5} - 1 \right) \sqrt{\left( \frac{h_L}{D} \right)} \right] & J_G \geq 5 \text{ m/s} \end{cases}, \quad (3.21)$$

onde  $J_G$  é a velocidade superficial do gás, definida como

$$J_G = \alpha_G u_G, \quad (3.22)$$

- Andreussi & Persen (1987)

$$f_I = \begin{cases} f_G & F \leq F_0 \\ f_G \left[ 1 + 29,7 (F - F_0)^{0,67} \left( \frac{h_L}{D} \right)^{0,2} \right] & F > F_0 \end{cases}, \quad (3.23)$$

onde  $F_0 = 0,36$  é um valor determinado experimentalmente em Andreussi & Persen (1987)), e o número adimensional  $F$  representa o número de Froude, dado por

$$F = u_G \left[ \frac{\rho_G \frac{dA_L}{dh_L}}{\rho_L + \rho_G} \frac{1}{A_G g \cos \beta} \right]. \quad (3.24)$$

#### 3.1.4.4 Tensão Cisalhante na Parede

O termo de tensão cisalhante na parede corresponde a força de atrito entre a fase  $k$  e a parede. O desenvolvimento amplo deste termo pode ser encontrado em Levy (1999), porém, admitindo a hipótese de escoamento totalmente desenvolvido em escoamento bifásico e regime permanente, tem-se:

$$T_{kv} = -\frac{\tau_k S_k}{A}, \quad (3.25)$$

onde  $S_k$  é o perímetro molhado da fase  $k$ , e  $\tau_k$  é a tensão cisalhante da fase  $k$ . A tensão cisalhante pode ser escrita em função do fator de atrito da fase  $k$  ( $f_k$ ), como

$$\tau_k = \frac{1}{2} f_k \rho_k u_k |u_k|. \quad (3.26)$$

#### 3.1.4.5 Fator de atrito da fase $k$

Para escoamento monofásico de gás ou de líquido, existem na literatura várias expressões para o fator de atrito na parede. O trabalho de Zigrang & Silvester (1985) mostra uma revisão completa sobre fator de atrito monofásico. Por simplicidade, o fator de atrito para escoamento bifásico pode ser modelado através de correlações monofásicas, e Taitel & Dukler (1976) propõem uma modificação da solução de Blasius para atender ao escoamento bifásico laminar ou turbulento, descrita na forma

$$f_k = \max \left[ \frac{16}{Re_k}; \frac{0,046}{Re_k^{0,2}} \right], \quad (3.27)$$

onde  $Re_k$  é o número de Reynolds para a fase  $k$ , definido como

$$Re_k = \frac{\rho_k D_{hk} |u_k|}{\mu_k}, \quad (3.28)$$

sendo que  $D_{hk}$  representa o diâmetro hidráulico da fase  $k$  para o escoamento bifásico e  $\mu_k$  é a viscosidade dinâmica do fluido da fase  $k$ .

O diâmetro hidráulico para a fase de gás e de líquido é calculado de acordo com as equações a seguir:

$$D_{hG} = \frac{4A_G}{S_G + S_I}, \quad (3.29)$$

$$D_{hL} = \frac{4A_L}{S_L}, \quad (3.30)$$

onde  $S_G$ ,  $S_L$ ,  $S_I$  são os perímetros molhados do gás, do líquido e da interface, respectivamente. Esses perímetros molhados podem ser obtidos através de:

$$S_G = \pi D - S_L, \quad (3.31)$$

$$S_L = D \left[ \pi - \cos^{-1} \left( 2 \frac{h_l}{D} - 1 \right) \right], \quad (3.32)$$

$$S_I = D \sqrt{1 - \left( 2 \frac{h_l}{D} - 1 \right)^2}. \quad (3.33)$$

O fator de atrito, conhecido como fator de atrito de Moody (1947), possui alternativamente a forma apresentada em Bendiksen *et al.* (1991) para escoamento bifásico de padrão laminar ou turbulento, escrita como uma correlação onde ambos os padrões podem ser expressos na forma

$$f_k = \max \left\{ \frac{16}{Re_k}; 0,001375 \left[ 1 + \sqrt[3]{2 \times 10^4 \left( \frac{\varepsilon}{D_{hk}} \right) + \frac{10^6}{Re_k}} \right] \right\}, \quad (3.34)$$

onde  $\varepsilon$  é a rugosidade absoluta do duto. Esta equação é válida para  $Re_k < 10^8$  e  $(\varepsilon/D_{hk}) < 5 \times 10^{-2}$ .

### 3.2 Modelo Simplificado de Escoamento Bifásico com Pressão Única

O modelo de Dois Fluidos para escoamento bifásico foi amplamente discutido na seção anterior para padrão estratificado em gasodutos. Portanto, utilizou-se, neste trabalho, o modelo simplificado pelas hipóteses de escoamento em duto horizontal, com padrão estratificado, e com pressão única para ambas as fases. Este modelo pode ser escrito matematicamente com quatro equações de conservação (uma de conservação de massa e outra de quantidade de movimento para cada fase), denominado por Omgba-Essama (2004) como SPM-4 (*Single Pressure Model – 4 Equations*).

A compressibilidade é considerada apenas para a relevante fase gasosa, enquanto que a fase líquida é admitida incompressível. O uso de uma equação de estado garante a compressibilidade da fase gasosa.

#### 3.2.1 Equações para Modelo de Dois Fluidos Simplificado

As equações para o modelo de escoamento bifásico expressam equações de conservação de massa e quantidade de movimento para cada fase (gás e líquido) separadamente:

- Equação de Conservação da Massa

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G)}{\partial x} = -\Gamma_G \delta_x(x_l) \\ \frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L)}{\partial x} = -\Gamma_L \delta_x(x_l) \end{cases}, \quad (3.35)$$

onde  $\Gamma_k \delta_x(x_l)$  é o termo de vazamento. A formulação do termo de vazamento é apresentada no Apêndice A desta tese.

- Equação de Conservação da Quantidade de Movimento

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G^2)}{\partial x} = -\alpha_G \frac{\partial p}{\partial x} + B_{fG} + T_I + T_{Gw} \\ \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L^2)}{\partial x} = -\alpha_L \frac{\partial p}{\partial x} - p_c \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} + B_{fL} - T_I + T_{Lw} \end{cases}, \quad (3.36)$$

onde  $p_c$  é o termo de correção de pressão. Este termo aparece apenas na equação da fase líquida devido à pressão hidrostática exercida pela coluna de líquido na seção transversal do duto, e para a fase gasosa a variação da pressão na coluna de gás é considerada desprezível, e  $B_{fk}$  corresponde às forças de corpo para a fase k, definido como

$$B_{fk} = -\rho_k \alpha_k g \sin \beta \quad (3.37)$$

### 3.2.1.1 Termos de Correção de Pressão

A variável  $p_c$  para a correção de pressão na fase líquida, presente na equação de quantidade de movimento, é modelada de acordo como observado em Drew & Passman (1999) para desprezar o termo  $\Delta p_{GI}$ , e é definida com Bonizzi *et al.* (2001), como:

$$p_c = \rho_L \alpha_L g (\cos \beta) \frac{dh_L}{d\alpha_L} \quad \Rightarrow \quad p_c \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} = \rho_L \alpha_L g (\cos \beta) \frac{dh_L}{dx}. \quad (3.38)$$

## 3.3 Análise de Hiperbolicidade e Imposição da Condição de Contorno do Modelo Simplificado de Escoamento Bifásico

As equações de conservação da massa e da quantidade de movimento de cada fase para escoamento bifásico, baseadas no modelo de Dois Fluidos, de padrão estratificado, unidimensional e isotérmico, são representadas por um sistema de quatro equações

diferenciais parciais hiperbólicas não-lineares, cuja solução pode apresentar elevados gradientes ou mesmo descontinuidades.

Uma análise de hiperbolicidade se faz necessária nesse estudo, pois o modelo pode sofrer interferências de perda de hiperbolicidade gerando um problema mal posto dependendo das condições de escoamento. O problema mal posto possui múltiplas soluções. Por outro lado, o problema bem-posto contém solução única que depende continuamente das condições iniciais e de contorno (afirmando que variações nas condições iniciais e de contorno causam mudanças na solução).

Há vários trabalhos na literatura com análise de hiperbolicidade para cada modelo de escoamento conhecido. Porém, o estudo do caso descrito neste trabalho é apresentado no recente artigo de Sondermann *et al.* (2015), que garante a condição de problema bem-posto através da análise de hiperbolicidade do sistema para um escoamento bifásico de padrão estratificado (único padrão de escoamento tratado no trabalho, e definido de acordo com o artigo de Taitel & Dukler (1976)).

Para considerar o problema bem-posto é necessário obter apenas autovalores reais como solução do sistema hiperbólico, e autovetores linearmente independentes.

O sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas, escritas na forma matricial para realizar a análise de hiperbolicidade, como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{W}) \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{B}(\mathbf{W}) \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{W}), \quad (3.39)$$

onde  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são matrizes quadradas não singulares, o vetor  $\mathbf{S}$  expressa o termo fonte para a força de corpo, interfacial e de parede, e  $\mathbf{W}$  é o vetor das variáveis dependentes do escoamento. Estas grandezas podem ser escritas como

$$\mathbf{W} = [p \quad \alpha_L \quad u_G \quad u_L]^T, \quad (3.40)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\rho_G & 0 & 0 & \alpha_G \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_G \alpha_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_L \alpha_L & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.41)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\rho_G u_G & \rho_G \alpha_G & 0 & \alpha_G u_G \\ u_L & 0 & \alpha_L & 0 \\ 0 & \rho_G \alpha_G u_G & 0 & \alpha_G c_G^2 \\ p_c & 0 & \rho_L \alpha_L u_L & \alpha_L c_G^2 \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

onde  $c_G$  é a velocidade do som na fase de gás, definida por

$$c_G^2 \equiv \frac{\partial p}{\partial \rho_G}. \quad (3.43)$$

O polinômio característico associado a Eq. (3.39) é obtido a partir do cálculo do determinante de:

$$\det(\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}) = 0, \quad (3.44)$$

Com

$$(\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} -\rho_G (u_G - \lambda) & \rho_G \alpha_G & 0 & \alpha_G (u_G - \lambda) \\ (u_L - \lambda) & 0 & \alpha_L & 0 \\ 0 & \rho_G \alpha_G (u_G - \lambda) & 0 & \alpha_G c_G^2 \\ p_c & 0 & \rho_L \alpha_L (u_L - \lambda) & \alpha_L c_G^2 \end{bmatrix}, \quad (3.45)$$

onde  $\lambda$  representa os autovalores associados ao sistema de equações hiperbólicas. A Eq. (3.44) pode ser escrita em termos das variáveis primitivas dependentes do sistema de equações diferenciais gerando o polinômio característico

$$\det(\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}) = (u_L - \lambda)^2 [c_G^2 - (u_G - \lambda)^2] + (u_G - \lambda)^2 \left( \chi c_G^2 + \frac{p_c}{\rho_L} \right) - c_G^2 \frac{p_c}{\rho_L} = 0, \quad (3.46)$$

onde

$$\chi \equiv \frac{\rho_G \alpha_L}{\rho_L \alpha_G}. \quad (3.47)$$

O problema é hiperbólico se as raízes do polinômio (3.46), que correspondem aos autovalores do sistema de equações hiperbólicas (Eq. (3.39)), são reais e seus autovetores linearmente independentes. As condições de contorno do modelo são impostas com informações do resultado da análise de hiperbolicidade que permite observar cada autovalor separadamente. Outra característica importante do autovalor é o sinal associado a cada raiz, que indica quantas condições de contorno devem ser impostas na entrada e na saída do duto (Jeffrey, 1976). Na entrada, os autovalores positivos representam as características que emanam para dentro do domínio como solução, assim, determinando quantas condições de contorno devem ser prescritas na entrada do duto. Na saída do duto, a interpretação do resultado dos autovalores é análoga à da entrada, ou seja, os autovalores negativos correspondem às características que emanam para dentro do domínio e, portanto, determinam quantas condições de contorno são necessárias na saída do duto.

## CAPÍTULO 4 - Modelo de Localização de Vazamento

### 4.1 Introdução

Existe uma grande dificuldade em encontrar na literatura aberta artigos científicos que tratam especificamente do problema de localização de vazamentos em escoamentos bifásicos. Na maior parte dos casos, os trabalhos experimentais e, principalmente, os trabalhos teóricos disponíveis se concentram em escoamentos monofásicos. Adicionalmente, os modelos para localização encontram-se, em geral, acoplados a modelos de detecção de vazamentos.

Esta tese desenvolve um algoritmo de localização de vazamentos em gasodutos horizontais, ou levemente inclinados, caracterizado por escoamento bifásico de padrão estratificado que ocorre em regime permanente. Supõe-se que a fase líquida não encha completamente a seção do duto para evitar a formação do padrão golfada (*slug*), o qual não é tratado explicitamente no modelo de escoamento bifásico adotado. O modelo de localização elaborado baseia-se no método dos gradientes de pressão para escoamentos monofásicos em regime permanente (Baghdadi & Mansy, 1988 e Baptista *et al.*, 2001), para descrever modelo para escoamento bifásico de padrão estratificado.

O modelo de Dois Fluidos adotado nesta formulação para localização de vazamento é baseado no modelo simplificado com pressão única para escoamento bifásico descrito na Seção 3.2 dessa tese, onde as equações de conservação da massa e de quantidade de movimento linear para cada fase  $k$  são apresentadas. Este modelo é caracterizado pelo emprego de uma equação de conservação de massa e uma de quantidade de movimento para cada fase, considerando uma pressão única para as duas fases em toda seção transversal do duto. Assim, se faz necessário incorporar ao modelo, o termo de correção de pressão, que é implicitamente adicionado ao modelo sem alterar a estrutura de suas equações. A seguir, o modelo matemático de localização de vazamento proposto é apresentado e discutido, o qual forma a base matemática para o algoritmo numérico, chamado de “Estratégia de Localização de Vazamento” (ELV).

## 4.2 Modelo de Localização de Vazamento em Regime Permanente

O modelo de localização de vazamento tem como premissa básica a hipótese de regime permanente. As demais hipóteses que levam ao modelo descrito na Seção 3.2 continuam válidas.

O modelo de Dois Fluidos para escoamento bifásico com pressão única e quatro equações diferenciais descrito na Seção 3.2, é o modelo usado na formulação da localização de vazamento. Este modelo pressupõe escoamento em regime permanente para resolver o sistema com as quatro equações diferenciais, duas para massa e duas para quantidade de movimento linear, uma para cada fase. As demais hipóteses adotadas na Seção 3.2 continuam válidas.

Sob o conjunto de hipóteses acima, as Eqs. (3.35) para equações de conservação de massa para as fases, gás e líquida são

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_G \alpha_G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_G \alpha_G u_G) = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L \alpha_L) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_L \alpha_L u_L) = 0, \quad (4.2)$$

De forma análoga, as Eqs. (3.36) para equações de conservação de quantidade de movimento linear para cada fase podem ser escritas como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_G u_G \alpha_G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_G \alpha_G u_G^2 + \alpha_G p) = p \frac{\partial \alpha_G}{\partial x} + B_{fG} + T_I + T_{GW}, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L u_L \alpha_L) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_L \alpha_L u_L^2 + \alpha_L p) = (p - p_c) \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} + B_{fL} - T_I + T_{LW}. \quad (4.4)$$

Sob a hipótese de escoamento bifásico em regime permanente, assume-se que não há operações no duto como abertura ou fechamento de válvulas ou outras perturbações transientes no escoamento, durante um intervalo de tempo finito e subsequente à ocorrência de um vazamento. Assim, as equações podem ser reescritas como:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_G \alpha_G u_G) = 0, \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_L \alpha_L u_L) = 0, \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_G \alpha_G u_G^2 + \alpha_G p) = p \frac{\partial \alpha_G}{\partial x} + B_{fG} + T_I + T_{GW}, \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_L \alpha_L u_L^2 + \alpha_L p) = (p - p_c) \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} + B_{fL} - T_I + T_{LW}. \quad (4.8)$$

Integrando-se as Eqs. (4.5) e (4.6) em  $x$ , é possível definir as seguintes constantes para cada fase,

$$C_G \equiv \rho_G \alpha_G u_G = \text{cte}, \quad (4.9)$$

$$C_L \equiv \rho_L \alpha_L u_L = \text{cte}. \quad (4.10)$$

Utilizando as Eqs. (4.9) e (4.10), as equações de quantidade de movimento linear em regime permanente (Eqs. (4.7) e (4.8)) podem ser reescritas como:

$$\frac{\partial}{\partial x}(C_G u_G) + \alpha_G \frac{\partial p}{\partial x} = B_{fG} + T_I + T_{GW}, \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(C_L u_L) + \alpha_L \frac{\partial p}{\partial x} = -p_c \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} + B_{fL} - T_I + T_{LW}. \quad (4.12)$$

Os termos fontes das Eqs. (4.11) e (4.12) podem ser agrupados em função de uma nova grandeza para cada fase, isto é,

$$F_G \equiv B_{fG} + T_I + T_{GW}, \quad (4.13)$$

$$F_L \equiv B_{fl} - T_I + T_{LW}, \quad (4.14)$$

onde as grandezas  $F_k$  são funções de  $u_k$ ,  $\rho_k$ , e  $R_G \alpha_k$ , com  $k \in \{L, G\}$ .

Reescrevendo as Eqs. (4.11) e (4.12) utilizando as Eqs. (4.13) e (4.14) definidas acima, obtém-se:

$$C_G \frac{\partial u_G}{\partial x} + \alpha_G \frac{\partial p}{\partial x} = F_G, \quad (4.15)$$

$$C_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + \alpha_L \frac{\partial p}{\partial x} + p_c \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} = F_L. \quad (4.16)$$

Manipulando e simplificando as equações de conservação de massa em regime permanente, Eqs. (4.5) e (4.6), pode-se escrever:

$$u_G \frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial x} + (\rho_G \alpha_G) \frac{\partial u_G}{\partial x} = 0, \quad (4.17)$$

$$u_L \frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial x} + (\rho_L \alpha_L) \frac{\partial u_L}{\partial x} = 0. \quad (4.18)$$

Porém, as Eqs. (4.17) e (4.18) podem ser reescritas para explicitar os termos de gradiente de velocidade para cada fase, ou seja,

$$\frac{\partial u_G}{\partial x} = -\frac{u_G}{\rho_G \alpha_G} \frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial x}, \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial u_L}{\partial x} = -\frac{u_L}{\rho_L \alpha_L} \frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial x}. \quad (4.20)$$

Expandindo a equação de conservação de massa para a fase gás, Eq. (4.19), tem-se

$$\frac{\partial u_G}{\partial x} = -\frac{u_G}{\rho_G \alpha_G} \left[ \rho_G \frac{\partial \alpha_G}{\partial x} + \alpha_G \frac{\partial \rho_G}{\partial x} \right] = -\frac{u_G}{\alpha_G} \frac{\partial \alpha_G}{\partial x} - \frac{u_G}{\rho_G} \frac{\partial \rho_G}{\partial x}. \quad (4.21)$$

A equação de estado para um gás ideal, sob a hipótese de escoamento isotérmico, pode-se escrever:

$$\frac{P}{\rho_G} = R_G T = \text{cte}, \quad (4.22)$$

onde  $R_G$  é a constante do gás.

Usando a Eq. (4.22) e lembrando da Eq. (3.8), usada para correlacionar as frações mássicas ( $\alpha_G = 1 - \alpha_L$ ), a equação de conservação de massa para a fase gás, Eq. (4.21), pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial u_G}{\partial x} = \frac{u_G}{\alpha_G} \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} - \frac{u_G}{p} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (4.23)$$

Expandindo a equação de conservação de massa para a fase líquida, Eq. (4.20), e assumindo a hipótese de incompressibilidade, com  $\rho_L = \text{cte}$ , tem-se:

$$\frac{\partial u_L}{\partial x} = -\frac{u_L}{\alpha_L} \frac{\partial \alpha_L}{\partial x}. \quad (4.24)$$

Reescrevendo a Eq. (4.24), de modo a explicitar o gradiente de fração volumétrica da fase líquida, tem-se

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial x} = -\frac{\alpha_L}{u_L} \frac{\partial u_L}{\partial x}. \quad (4.25)$$

A Eq. (4.25) pode ser substituída na Eq. (4.23) para obter:

$$\frac{\partial u_G}{\partial x} = -\frac{u_G}{u_L} \frac{\alpha_L}{\alpha_G} \frac{\partial u_L}{\partial x} - \frac{u_G}{p} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (4.26)$$

Explicitando o gradiente de pressão a partir da Eq. (4.26), pode-se escrever

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{p}{u_G} \frac{\partial u_G}{\partial x} - \frac{\alpha_L}{\alpha_G} \frac{p}{u_L} \frac{\partial u_L}{\partial x}. \quad (4.27)$$

O gradiente de pressão da Eq. (4.27), pode ser substituído na equação de quantidade de movimento linear para a fase gás, Eq. (4.15), para obter:

$$C_G \frac{\partial u_G}{\partial x} - \alpha_G \left[ \frac{p}{u_G} \frac{\partial u_G}{\partial x} + \frac{\alpha_L}{\alpha_G} \frac{p}{u_L} \frac{\partial u_L}{\partial x} \right] = F_G. \quad (4.28)$$

Agrupando os termos que envolvem o gradiente de velocidade para fase gás, obtém-se finalmente

$$\left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) \frac{\partial u_G}{\partial x} - \frac{p \alpha_L}{u_L} \frac{\partial u_L}{\partial x} = F_G. \quad (4.29)$$

O mesmo raciocínio pode ser empregado para a fase líquida. Substituindo o gradiente de fração volumétrica da fase líquida, dado pela Eq. (4.25), e o gradiente de pressão, dado pela Eq. (4.27), na equação de quantidade de movimento linear para a fase líquida, Eq. (4.16), obtém-se

$$C_L \frac{\partial u_L}{\partial x} - \alpha_L \left[ \frac{p}{u_G} \frac{\partial u_G}{\partial x} + \frac{p \alpha_L}{u_L \alpha_G} \frac{\partial u_L}{\partial x} \right] - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \frac{\partial u_L}{\partial x} = F_L. \quad (4.30)$$

Novamente, agrupando os termos que envolvem o gradiente de velocidade para fase líquida, tem-se

$$\left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right) \frac{\partial u_L}{\partial x} - \frac{p \alpha_L}{u_G} \frac{\partial u_G}{\partial x} = F_L. \quad (4.31)$$

Reescrevendo as equações de quantidade de movimento linear de cada fase, Eqs. (4.29) e (4.31), na forma de um sistema de equações, obtém-se

$$\left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) \frac{\partial u_G}{\partial x} - \frac{p \alpha_L}{u_L} \frac{\partial u_L}{\partial x} = F_G, \quad (4.32)$$

$$-\frac{p \alpha_L}{u_G} \frac{\partial u_G}{\partial x} + \left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right) \frac{\partial u_L}{\partial x} = F_L. \quad (4.33)$$

Com o objetivo de explicitar os gradientes de velocidade a partir das Eqs. (4.32) e

(4.33), pode-se, primeiramente, realizar as operações Eq. (4.33)  $\times \left( C_G - \frac{p \alpha_G}{u_G} \right)$

-Eq. (4.32)  $\times \left( -\frac{p \alpha_L}{u_G} \right)$  para obter

$$\left[ \left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) \left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right) - \frac{p^2 \alpha_L^2}{u_G u_L} \right] \frac{\partial u_L}{\partial x} = \left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) F_L + \frac{p \alpha_L}{u_G} F_G, \quad (4.34)$$

e, em seguida, Eq. (4.32)  $\times \left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right)$  - Eq. (4.33)  $\times \left( -\frac{p \alpha_L}{u_L} \right)$  para obter

$$\left[ \left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right) \left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) - \frac{p^2 \alpha_L^2}{u_L u_G} \right] \frac{\partial u_G}{\partial x} = \left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right) F_G + \frac{p \alpha_L}{u_L} F_L. \quad (4.35)$$

Resumindo, as equações que compõem o novo sistema proposto, são:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{p}{u_G} \frac{\partial u_G}{\partial x} - \frac{\alpha_L p}{\alpha_G u_L} \frac{\partial u_L}{\partial x}, \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial x} = -\frac{\alpha_L}{u_L} \frac{\partial u_L}{\partial x}, \quad (4.37)$$

$$\left[ \left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) \left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right) - \frac{p^2 \alpha_L^2}{u_L u_G} \right] \frac{\partial u_G}{\partial x} = F_L \frac{p \alpha_L}{u_L} + F_G \left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right), \quad (4.38)$$

$$\left[ \left( C_G - \frac{\alpha_G P}{u_G} \right) \left( C_L - \frac{p \alpha_L^2}{u_L \alpha_G} - \frac{p_c \alpha_L}{u_L} \right) - \frac{p^2 \alpha_L^2}{u_L u_G} \right] \frac{\partial u_L}{\partial x} = F_L \left( C_G - \frac{\alpha_G P}{u_G} \right) + F_G \frac{p \alpha_L}{u_G}. \quad (4.39)$$

O sistema de quatro equações diferenciais ordinárias não-lineares composto pelas Eqs. (4.36) - (4.39) compreende o modelo matemático desenvolvido para localizar o vazamento em um duto a partir de condições de contorno especificadas na entrada e saída do duto. O algoritmo numérico de localização do vazamento, elaborado com base no modelo acima, encontra-se descrito em detalhes na próxima seção.

### 4.3 Algoritmo Numérico

A metodologia numérica para o modelo de localização de vazamentos utiliza as Eqs. (4.36), (4.37), (4.38) e (4.39) para reescrever o sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares na seguinte forma matricial compacta:

$$\frac{d}{dx} \mathbf{W} = \mathbf{f}(\mathbf{W}), \quad (4.40)$$

onde o vetor de variáveis dependentes  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^4$ , e a função vetorial  $\mathbf{f}(\mathbf{W}) \in \mathbb{R}^4$  são definidas como

$$\mathbf{W} = [p \quad \alpha_L \quad u_G \quad u_L]^T, \quad (4.41)$$

$$f_1(\mathbf{W}) = -\frac{p}{u_G} f_3(\mathbf{W}) - \frac{\alpha_L p}{\alpha_G u_L} f_4(\mathbf{W}), \quad (4.42)$$

$$f_2(\mathbf{W}) = -\frac{\alpha_L}{u_L} f_4(\mathbf{W}), \quad (4.43)$$

$$f_3(\mathbf{W}) = \frac{\left[ F_L \frac{p\alpha_L}{u_L} + F_G \left( C_L - \frac{p\alpha_L^2}{u_L\alpha_G} - \frac{p_c\alpha_L}{u_L} \right) \right]}{\left[ \left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) \left( C_L - \frac{p\alpha_L^2}{u_L\alpha_G} - \frac{p_c\alpha_L}{u_L} \right) - \frac{p^2\alpha_L^2}{u_L u_G} \right]}, \quad (4.44)$$

$$f_4(\mathbf{W}) = \frac{\left[ F_L \left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) + F_G \frac{p\alpha_L}{u_G} \right]}{\left[ \left( C_G - \frac{\alpha_G p}{u_G} \right) \left( C_L - \frac{p\alpha_L^2}{u_L\alpha_G} - \frac{p_c\alpha_L}{u_L} \right) - \frac{p^2\alpha_L^2}{u_L u_G} \right]}. \quad (4.45)$$

Os dados necessários à solução do sistema de equações diferenciais ordinárias que caracteriza a metodologia de localização de vazamento e servem como condição inicial são oriundos de sistema de supervisão e aquisição de dados, conhecido como sistema SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*). No sistema SCADA, os dados são fornecidos em intervalos de tempos regulares e definidos pela sequência  $\{\dots, t^{(k-1)}, t^{(k)}, t^{(k+1)}, \dots\}$  (com,  $t^{(k+1)} = t^{(k)} + \Delta t_s$ , sendo  $\Delta t_s$ , o intervalo de aquisição de dados do SCADA) para as condições operacionais no segmento de duto definido em  $[0, L]$  (sendo  $L$  o comprimento desenvolvido do duto) na entrada (em  $x = 0$ ) e na saída (em  $x = L$ ). Para o  $k$ -ésimo instante de tempo  $t = t^{(k)}$  o sistema torna disponíveis os dados em:

$$\mathbf{W}_{x=0}^{(k)} = \left[ p_{x=0}^{(k)} \quad (\alpha_L)_{x=0}^{(k)} \quad (u_G)_{x=0}^{(k)} \quad (u_L)_{x=0}^{(k)} \right]^T, \quad (4.46)$$

$$\mathbf{W}_{x=L}^{(k)} = \left[ p_{x=L}^{(k)} \quad (\alpha_L)_{x=L}^{(k)} \quad (u_G)_{x=L}^{(k)} \quad (u_L)_{x=L}^{(k)} \right]^T. \quad (4.47)$$

Os dados definidos nas Eqs. (4.46) ou (4.47) podem ser utilizados como condições iniciais para o sistema de equações diferenciais ordinárias definido na Eq. (4.40) para determinar as condições operacionais ao longo do duto no instante  $t = t^{(k)}$  sob a hipótese de operação estabilizada (regime permanente).

Admite-se como premissas básicas que:

- a) as vazões mássicas de líquido e de gás na linha são não nulas e o escoamento se processa de montante ( $x = 0$ ) para jusante ( $x = L$ );
- b) a solução do problema de valor inicial definido pela Eq. (4.40) com as condições iniciais à montante, definida pela Eq. (4.46) ou à jusante, definida pela Eq. (4.47), representam condições de regime permanente do sistema de equações diferenciais parciais do modelo simplificado de escoamento bifásico com pressão única;
- c) as distribuições espaciais de pressão  $p_0^k(x)$  e  $p_L^k(x)$  obtidas, respectivamente, a partir da solução do problema de valor inicial definido pelas Eqs. (4.40) e (4.46) e pelas Eqs. (4.40) e (4.47) são monótonas, decrescentes e não possuem erros de natureza numérica;
- d) a pressão no interior do duto é maior do que a pressão de vapor do líquido, de tal forma a assegurar a não ocorrência do fenômeno de cavitação;
- e) após a ocorrência de um único vazamento com ausência de PIG (*Pipeline Inspection Gauge*) no interior do duto a linha atinge, após um intervalo de tempo finito, o regime estabilizado de operação.

É possível mostrar que os campos espaciais de pressão  $p_0^k(x)$  e  $p_L^k(x)$  podem ser utilizados para localizar o vazamento no segmento de duto instrumentado.

Devido ao caráter não-linear das equações definidas na Eq. (4.40) não se pode dispor de uma solução analítica para  $p_0^k(x)$  e  $p_L^k(x)$ , sendo necessário recorrer a uma solução aproximada. Admitindo-se, sem perda de generalidade, a existência de uma partição uniforme do domínio espacial  $[0, L]$  na forma,  $0 = x_{j=1} < x_{j=2} < \dots < x_{j=l} < \dots < x_{j=N-1} < x_{j=N} = L$ , com ( $N > 1$ ) intervalos de comprimento  $\Delta x = x_{i=l+1} - x_{i=l} = L/N$ , para  $l = 0, \dots, N$ , as soluções aproximadas dos problemas de valor inicial dados pelas Eqs. (4.40) e (4.46) e pelas Eqs. (4.40) e (4.47), quando avaliadas nos pontos discretos da partição do domínio espacial conduzem às seguintes sequências:

$$p_0^{(k)}(x_{j=1}) > p_0^{(k)}(x_{j=2}) > \dots > p_0^{(k)}(x_{j=N-1}) > p_0^{(k)}(x_{j=N}), \quad (4.48)$$

$$p_L^{(k)}(x_{j=N-1}) < p_L^{(k)}(x_{j=N-2}) < \dots < p_L^{(k)}(x_{j=2}) < p_L^{(k)}(x_{j=1}). \quad (4.49)$$

Definindo-se o diferencial de pressão no instante de tempo  $t = t^{(k)}$  na posição  $x = x_{j=l}$ , para  $l = 0, \dots, N$ , como,

$$\Delta p_{j=l}^{(k)} \equiv p_0^{(k)}(x_{j=l}) - p_L^{(k)}(x_{j=l}). \quad (4.50)$$

Haverá um vazamento entre as posições  $x = x_{j=l}$ , e  $x = x_{j=l+1}$ , após a estabilização da operação do duto, se as seguintes condições forem satisfeitas:

$$\Delta p_{j=l}^{(k)} > 0 \text{ e } \Delta p_{j=l+1}^{(k)} < 0, \quad (4.51)$$

$$\Delta p_{j=0}^{(k)} > \bar{U}(p) \text{ e } \Delta p_{j=N}^{(k)} > \bar{U}(p). \quad (4.52)$$

Na Eq.(4.52),  $\bar{U}(p)$  é a incerteza média das medidas de pressão na entrada e na saída do duto, sendo calculada com base na expressão,

$$\bar{U}(p) = \sqrt{(U(p(x=0)))^2 + (U(p(x=L)))^2}, \quad (4.53)$$

a partir das incertezas das medidas de pressão na entrada e na saída do duto caracterizadas por  $U(p(x=0))$  e  $U(p(x=L))$ , respectivamente.

As soluções aproximadas dos problemas de valor inicial dados pelas Eqs. (4.40) e (4.46) e pelas Eqs. (4.40) e (4.47), descritas pelas sequências definidas nas Eqs. (4.48) e (4.49), são obtidas partir do emprego da sub-rotina DVIPAG das bibliotecas de rotinas disponibilizadas no IMSL (MANUAL DO IMSL, Versão 7.0). Essa rotina, escrita em linguagem FORTRAN (INTEL), resolve um problema de valor inicial definido por um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem na forma da Eq. (4.40), utilizando o método de Adams-Moulton ou o método de Gear. No método de Adams-Moulton, aproximações de até ordem doze podem ser obtidas. O método de Gear é restrito a aproximações de ordem cinco, porém é capaz de lidar apropriadamente com sistema rígidos de equações, o que pode ser o caso do sistema definido na Eq. (4.40).

#### 4.4 Casos baseados na hipótese de vazamento

Algumas simulações numéricas geradas a partir de um programa de computador escrito em linguagem FORTRAN (INTEL) para o modelo de Dois Fluidos com método numérico FCT, presumindo a hipótese de existência de vazamento num gasoduto, são apresentadas a seguir com o propósito de ilustrar a metodologia de localização apresentada na seção anterior.

O algoritmo de localização de vazamento para escoamentos bifásicos, baseia-se na existência de um ponto de intersecção das linhas de distribuição de pressão gerada na entrada e saída do gasoduto. Esta estratégia exige o conhecimento das pressões e vazões nas extremidades do gasoduto.

O modelo proposto apresentado neste capítulo pode ser melhor compreendido através das Figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, observando os perfis das variáveis dependentes (pressão, fração volumétrica de líquido, velocidade de gás e velocidade de líquido) ao longo do duto. Devido à existência de um vazamento, as variáveis de fração volumétrica e velocidade do gasoduto apresentam uma descontinuidade no local do vazamento, ao passo que o perfil de pressão torna-se uma função não diferenciável naquele ponto, como pode ser visto nas figuras a seguir. Com o objetivo de melhor caracterizar o comportamento dos perfis de pressão, fração volumétrica e velocidade (sob regime permanente), em uma linha com vazamento, os perfis na linha sem vazamento também estão representados nas mesmas figuras.

As simulações de vazamento foram geradas através de um código em linguagem FORTRAN (INTEL) para o modelo de Dois Fluidos com método numérico FCT sem vazamento em regime permanente (onde  $x = (-)$  km, representa que não há posição de vazamento), e com vazamento nominal de 10% em relação à vazão mássica total em três diferentes posições (próximo da entrada, no meio e próximo à saída do duto), cuja variável  $x$  representa a posição do vazamento observada nos gráficos a seguir.

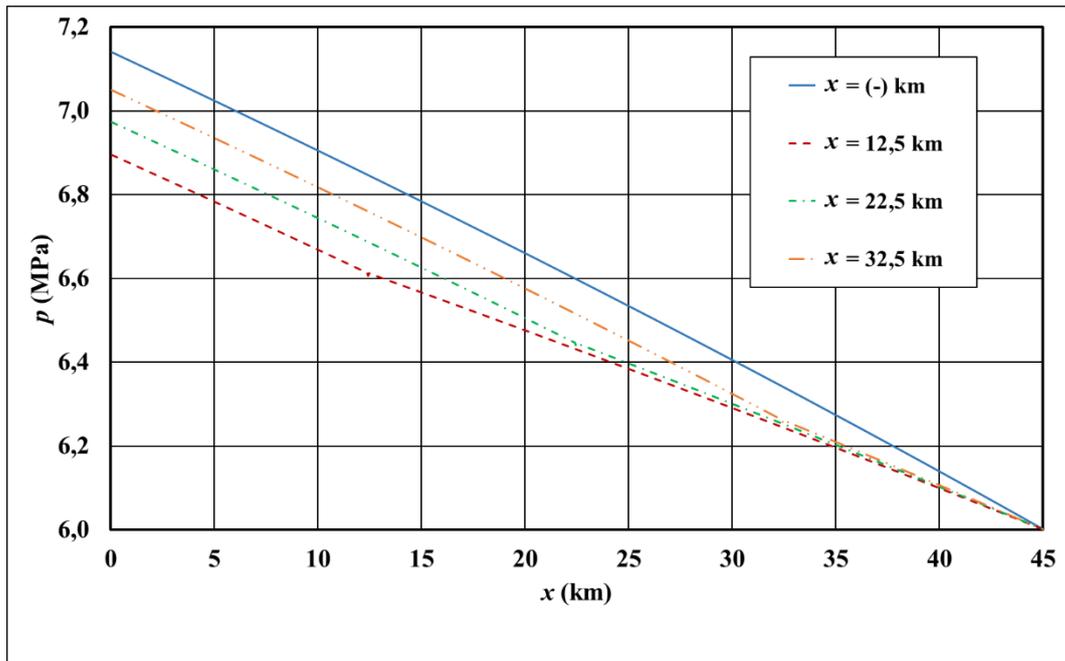


Figura 4.1 – Pressão ao longo do duto para o escoamento em regime permanente, comparando o caso sem vazamento, em relação aos casos com vazamento nominal de 10%, em três posições do duto.

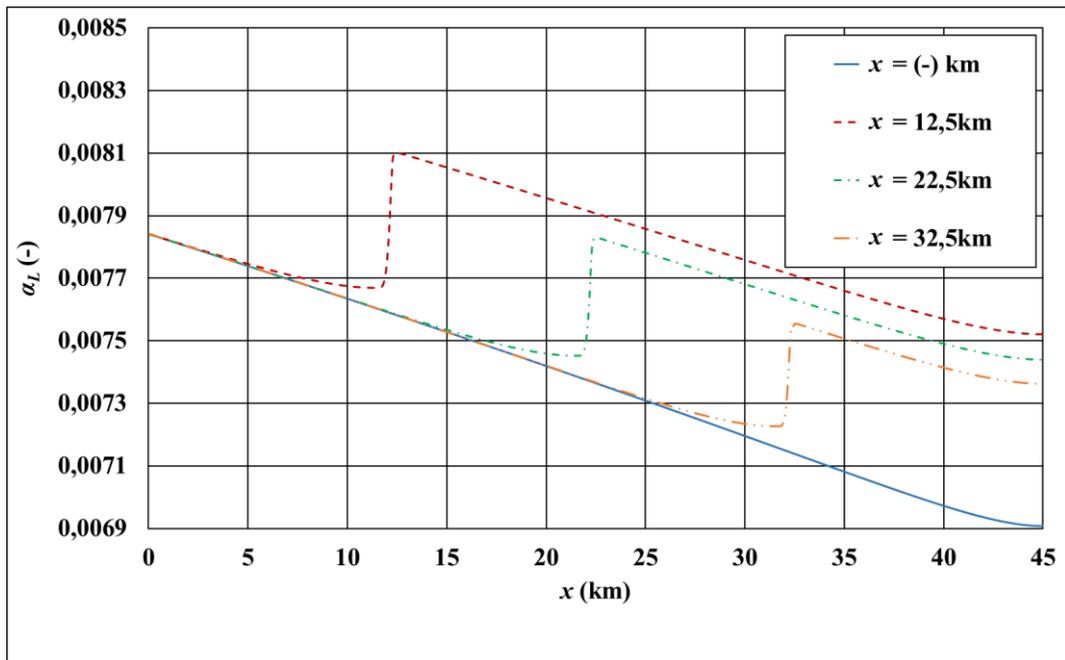


Figura 4.2 – Fração volumétrica de líquido ao longo do duto para o escoamento em regime permanente, comparando o caso sem vazamento, em relação aos casos com vazamento nominal de 10%, em três posições do duto.

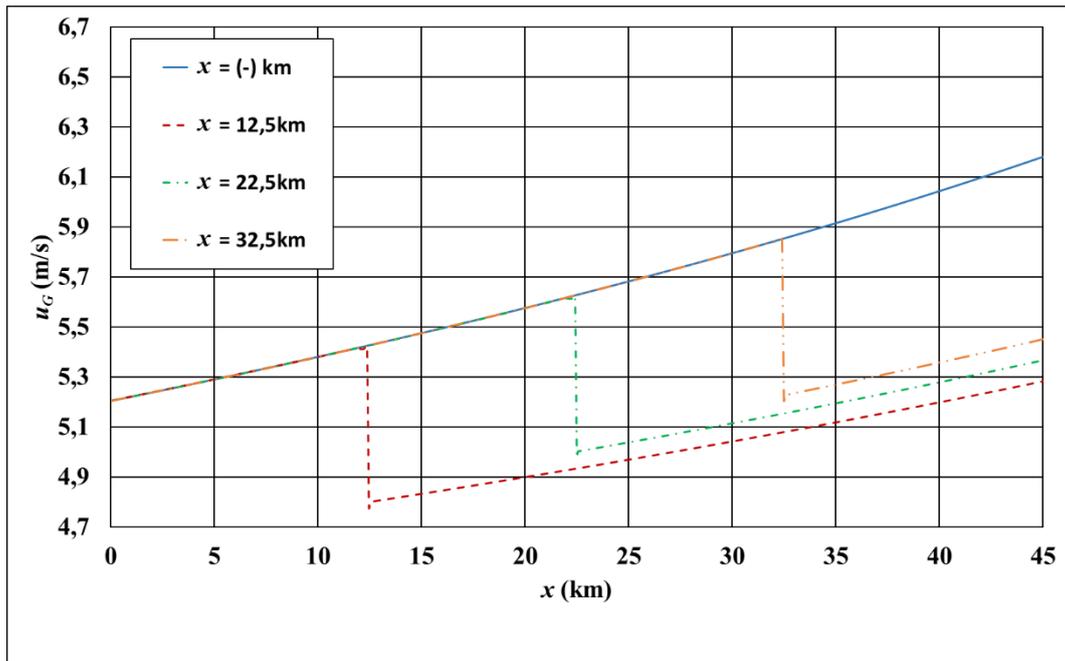


Figura 4.3 – Velocidade de gás ao longo do duto para o escoamento em regime permanente, comparando o caso sem vazamento, em relação aos casos com vazamento nominal de 10%, em três posições do duto.

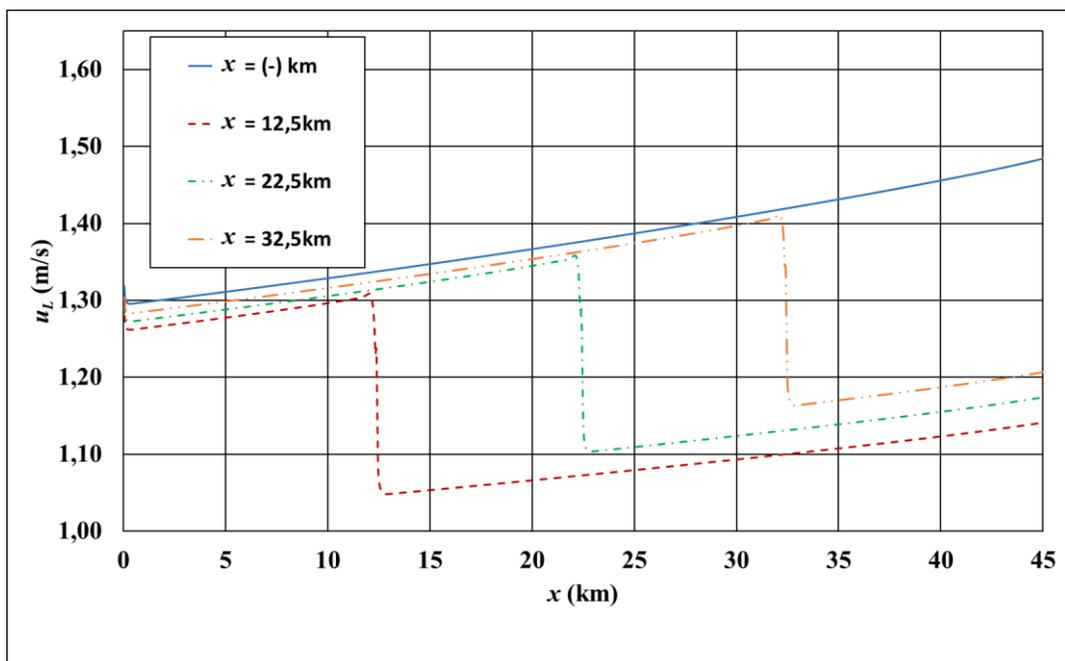


Figura 4.4 – Velocidade de líquido ao longo do duto para o escoamento em regime permanente, comparando o caso sem vazamento, em relação aos casos com vazamento nominal de 10%, em três posições do duto.

Como é sugerido pelos gráficos, na curva de pressão observa-se que os valores de distribuição de pressão diminuem ao longo do duto quando há vazamento. A posição do vazamento é evidenciada por uma inflexão devido à mudança de derivada na pressão. Também pode-se observar que, quanto mais próximo o ponto de vazamento está da entrada do duto, menor será o valor da pressão calculado na entrada do duto.

As variáveis de fração volumétrica de gás, velocidade de gás e velocidade de líquido apresentam o mesmo comportamento, como mostram os gráficos acima. Em todas as curvas, nota-se uma descontinuidade no ponto de vazamento. Quando há vazamento, o valor das variáveis diminui após a posição do vazamento, e também se observa que as curvas de cada variável sofrem interferência sobre a posição do vazamento imposta nesses casos.

## CAPÍTULO 5 - Método Numérico

### 5.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado o método numérico utilizado para encontrar a solução do escoamento bifásico e a estratégia de localização de vazamento a partir do modelo de Dois Fluidos para padrão estratificado já descrito. O modelo de localização de vazamento proposto resolve um problema de valor inicial definido por um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.

Para solução de escoamento bifásico, os métodos numéricos utilizados na solução de problemas matemáticos com sistema de equações diferenciais que regem os fenômenos de escoamento de fluidos, especialmente na área conhecida como dinâmica dos fluidos computacional (*Computational Fluid Dynamics*, CFD), evoluíram muito, a fim de suprir as necessidades, tanto na indústria quanto nas pesquisas acadêmicas.

### 5.2 Escoamento Bifásico para Modelo de Dois Fluidos Simplificado com Pressão Única

O método numérico FCT (*Flux Corrected Transport*), que pode ser traduzido como Transporte de Fluxo Corrigido, é um método centrado que foi escolhido para o desenvolvimento dessa tese. Para aplicar o método numérico ao sistema de equações da Seção 3.2.1, e solucionar o problema de valor inicial e de contorno, precisa-se reescrever o sistema de equações (equação de conservação de massa e quantidade de movimento para cada fase) na forma conservativa, como:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} + \mathbf{S} \quad (5.1)$$

onde  $\mathbf{Q}$  é o vetor de variáveis conservadas,  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{Q})$  é o vetor de fluxo,  $\mathbf{W}$  é o vetor das variáveis primitivas,  $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{W})$  é o vetor de termos não conservativos e  $\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{W})$  é o vetor de termos fonte. Estas grandezas são definidas a partir das equações da Seção 3.2.1 como

$$\mathbf{W} = [p \quad \alpha_L \quad u_G \quad u_L]^T, \quad (5.2)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G \\ \rho_L \alpha_L \\ \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \\ \rho_G \alpha_G u_G^2 + \alpha_G p \\ \rho_L \alpha_L u_L^2 + \alpha_L p \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & p - p_c & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\Gamma_G \delta_x(x_l) \\ -\Gamma_L \delta_x(x_l) \\ B_{jG} + T_I + T_{Gw} \\ B_{jL} - T_I + T_{Lw} \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

A discretização da Eq. (5.1) pode ser realizada de várias formas. Os métodos numéricos mais utilizados para essa discretização são descritos detalhadamente em alguns livros amplamente utilizados, como Fletcher (1988), Hirsch (1990), LeVeque (1990) e Toro (1997).

A discretização da Eq. (5.1) consiste em aproximar as derivadas parciais das equações de conservação através de aproximações em série de Taylor, o que resulta num sistema de equações algébricas para a variável dependente em cada ponto da malha.

Esse trabalho considera a malha fixa ( $\Delta x = cte$ ), sendo calculada por  $\Delta x = L/N$ , onde  $L$  representa o comprimento do duto e  $N$  é o número de células usadas para discretizar o duto. A célula  $j$  encontra-se em  $x = x_j$ , com  $j$  sendo o centro da célula e

$j+1/2$  para a face da célula. Assim,  $\Delta x$  pode ser calculado na face ou no centro da célula como  $\Delta x = x_{j+1/2} - x_{j-1/2} = x_{j+1} - x_{j-1}$ , onde  $j = 1, 2, \dots, N$ . O instante de tempo  $t$  pode ser representado por tempo passado  $t^n$ , ou pelo tempo atual  $t^{n+1}$ , e pode-se calcular o passo de tempo  $\Delta t$  como  $\Delta t^n = t^{n+1} - t^n$ .

Entendendo que a solução do método numérico é apresentado na forma de variável conservada  $\mathbf{Q}$ , uma aproximação numérica explícita no tempo da solução do problema proposto de valor inicial e de contorno é calculada em  $t^{n+1} = t^n + \Delta t^n$  para a Eq. (5.1) e pode ser expressada por:

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t^n}{\Delta x} \underbrace{\left[ \mathbf{F}_{j+1/2}^n - \mathbf{F}_{j-1/2}^n \right]}_{\text{NFT}} + \Delta t^n \underbrace{\left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n}_{\text{NCT}} + \Delta t^n \mathbf{S}_j^n, \quad (5.7)$$

O vetor de fluxo numérico  $\mathbf{F}$ , define a abordagem numérica. O termo de fluxo numérico (NFT, *Numerical Flux Term*) é obtido através dos métodos conservativos, e o termo não conservativo (NCT, *Non-Conservative Term*) é calculado por métodos não conservativos.

A abordagem numérica para o termo de fluxo em sistemas conservativos é apresentada em Boris & Book (1976) e Toro (1997) para FCT (*Flux Corrected Transport*). A razão da escolha se deve ao caráter genérico desse método no que diz respeito a sua extensão para sistemas não lineares, sem a necessidade do uso do problema de Riemann citada em Toro (1997).

#### Discretização do termo de Fluxo Conservativo

Na literatura observa-se a utilização de diversas aproximações numéricas para o termo de fluxo ( $\mathbf{F}$ ). Portanto, deve-se reescrever o termo de fluxo genericamente para representar todas essas aproximações numéricas, como função dos estados à esquerda e à direita das células vizinha ao ponto a ser calculado, como:

$$\mathbf{F}_{j-1/2}^n = \hat{\mathbf{F}}_{j-1/2}(\mathbf{Q}_{j-1}^n, \mathbf{Q}_j^n) \quad ; \quad \mathbf{F}_{j+1/2}^n = \hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}(\mathbf{Q}_j^n, \mathbf{Q}_{j+1}^n). \quad (5.8)$$

Os variados métodos numéricos conhecidos na literatura são aplicados nas funções  $\hat{\mathbf{F}}_{j-1/2}$  e  $\hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}$  para solucionar o sistema de Eq. (5.7), onde  $\mathbf{Q}^n$  é a solução do sistema no passo anterior de tempo.

### 5.2.1 Método Numérico Conservativo

Os métodos numéricos conservativos podem ser divididos em dois grupos de esquema numérico totalmente explícito. Os métodos centrados são o primeiro grupo, estes não requerem a solução do problema de Riemann associado, e alguns métodos desse grupo são conhecidos por Friedrichs, Richtmyer (Toro, 1997) e FCT (Boris & Book, 1973 e 1976 e Book *et al.*, 1975). Existem também outros esquemas centrados de primeira ordem como TVD (*Total Variation Diminishing*), apresentados em Hirsch (1990) e Fletcher (1988). Os métodos tipo *upwind* são o segundo grupo referido, que são menos dissipativos e mais acurados comparados aos métodos do primeiro grupo, porém, estes métodos *upwind* apresentam desvantagens como complexidade do método e alto custo computacional vinculado à solução dos problemas de Riemann associados.

#### Método FCT (*Flux-Corrected-Transport*)

O método numérico implementado no desenvolvimento da tese foi o método FCT (*Flux-Corrected-Transport*) devido as suas características de solucionar equações hiperbólicas, problemas envolvendo ondas de choque e discontinuidades. Figueiredo *et al.* (2012) realizaram um estudo de acurácia no método FCT e observaram que o método é de segunda ordem no espaço.

O modelo de Dois Fluidos para escoamento bifásico isotérmico em gasoduto foi resolvido por Omgba-Essama (2004), Figueiredo (2010), Baptista (2013) e Bueno (2013) utilizando o método FCT, considerando o escoamento permanente ou transiente, e os autores obtiveram bons resultados através do esquema de aproximação referido.

Os métodos numéricos podem ter em sua solução algumas características como o efeito dispersivo ou difusivo. O esquema FCT é construído de forma a minimizar esses efeitos através de sua estrutura organizada em cinco passos, conhecido também como esquema preditor/corretor, onde o passo preditor introduz o efeito difusivo, e a dispersão é introduzida no passo corretor (ou anti-difusivo).

O esquema FCT é descrito a seguir como apresentado no segundo volume de Fletcher (1988).

- Primeiro passo: Geração dos fluxos difusivos:

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^d = \nu_{j+1/2} (\mathbf{Q}_{j+1}^n - \mathbf{Q}_j^n), \quad (5.9)$$

onde  $\mathbf{Q}^n$  é a solução do sistema no passo de tempo anterior, e  $\nu_{j+1/2}$  é o coeficiente de difusão e tem o valor constante de 0,125 segundo Lezeau & Thompson (1998) e Xiao & Shoham (1991).

- Segundo passo: Geração dos fluxos anti-difusivos:

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^{ad} = \mu_{j+1/2} (\tilde{\mathbf{Q}}_{j+1} - \tilde{\mathbf{Q}}_j), \quad (5.10)$$

onde  $\mu_{j+1/2}$  é o coeficiente de anti-difusão e tem o mesmo valor constante de 0,125 segundo Lezeau & Thompson (1998) e Xiao & Shoham (1991), e  $\tilde{\mathbf{Q}}$  é a solução atualizada, gerada pelo esquema de segunda ordem de Ritchmyer apoiado em Boris & Book (1976), Book *et al.* (1975) e Hirsch (1990) (método apresentado em Eq. (5.17)), como:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_j = \mathbf{Q}_j - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{j+1/2}^{RIC} - \mathbf{F}_{j-1/2}^{RIC}).$$

- Terceiro passo: Difusão da solução:

$$\mathbf{Q}_j^d = \tilde{\mathbf{Q}}_j + (\mathbf{F}_{j+1/2}^d - \mathbf{F}_{j-1/2}^d). \quad (5.11)$$

- Quarto passo: Limitador do fluxo anti-difusivo:

$$S = \text{sgn}(\mathbf{F}_{j+1/2}^{ad}), \quad (5.12)$$

onde  $S$  é uma função sinal.

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^{cad} = S \max \left\{ 0, \min \left\{ S(\mathbf{Q}_j^d - \mathbf{Q}_{j-1}^d), |\mathbf{F}_{j+1/2}^{ad}|, S(\mathbf{Q}_{j+2}^d - \mathbf{Q}_{j+1}^d) \right\} \right\}. \quad (5.13)$$

- Quinto passo: Geração do fluxo FCT na célula discretizada:

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^n = \hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{FCT}} = \hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{RI}} + \frac{\Delta x}{\Delta t} (\mathbf{F}_{j+1/2}^{\text{cad}} - \mathbf{F}_{j+1/2}^{\text{d}}). \quad (5.14)$$

### Método Richtmyer

O método Richtmyer (também conhecido como Lax Wendroff de duas etapas), é caracterizado por um esquema de segunda ordem tanto no tempo quanto no espaço descrito em Fletcher (1988) e Toro (1997), por:

$$\mathbf{Q}_{j+1/2}^n = \frac{1}{2}(\mathbf{Q}_{j+1}^n + \mathbf{Q}_j^n), \quad (5.15)$$

$$\bar{\mathbf{Q}}_{j+1/2}^n = \mathbf{Q}_{j+1/2}^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\mathbf{F}(\mathbf{Q}_{j+1}^n) - \mathbf{F}(\mathbf{Q}_j^n)], \quad (5.16)$$

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^n = \hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{RIC}} = \mathbf{F}(\bar{\mathbf{Q}}_{j+1/2}^n). \quad (5.17)$$

### 5.2.2 Método Numérico Não Conservativo

O método numérico não conservativo é fundamental na resolução do problema representado pela Eq. (5.7), e precisa ser especialmente abordado para descrever o termo:

$$\left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n. \quad (5.18)$$

O tipo de discretização espacial selecionado na implementação do modelo para o termo não conservativo segue descrito abaixo.

- Esquema Minmod (Coquel *et al.*, 1997)

Para discretizar o termo não conservativo (Eq. (5.18)), utiliza-se o esquema Minmod de segunda ordem proposto por Harten (1983) e utilizado em Bueno (2013). O método pode ser escrito como:

$$\left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n = \frac{\mathbf{H}_j^n}{\Delta x} m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}), \quad (5.19)$$

onde,  $\mathbf{H}_j^n = \mathbf{H}(\mathbf{W}_j^n)$  e a função  $m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  é definida por:

$$m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \equiv \begin{cases} s \min \{|\mathbf{x}|, |\mathbf{y}|, |\mathbf{z}|\}, & \text{se } s = \text{sgn}(\mathbf{x}) = \text{sgn}(\mathbf{y}) = \text{sgn}(\mathbf{z}) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (5.20)$$

Considerando:

$$\mathbf{x} \equiv 2(\mathbf{W}_{j+1}^n - \mathbf{W}_j^n), \quad \mathbf{y} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{W}_{j+1}^n - \mathbf{W}_{j-1}^n), \quad \mathbf{z} \equiv 2(\mathbf{W}_j^n - \mathbf{W}_{j-1}^n). \quad (5.21)$$

As grandezas definidas na Eq. (5.21) devem ser interpretadas componente a componente.

### 5.2.3 Estabilidade dos Métodos Numéricos Explícitos

O passo no tempo usado na Eq. (5.7) na forma discretizada utiliza um esquema explícito e de primeira ordem. Portanto, o intervalo de tempo é escolhido com base na condição de CFL ( Courant - Friedrichs - Lewy ) ( Fletcher, 1988, Hirsch, 1990 e Toro, 1997), que é dada por

$$\Delta t = CFL \frac{\Delta x}{\lambda_{\max}^n}, \quad (5.22)$$

onde o parâmetro CFL é um número positivo, geralmente menor ou igual a 1. Quanto mais próximo do limite superior, mais eficiente é o esquema numérico em termos de estabilidade. Para o método numérico FCT, Sod (1985 ) mostrou que o valor de CFL deve ser inferior a 0,5. A equação (5.22) define o passo máximo no tempo para manter o método estável. O parâmetro  $\lambda_{\max}^n$  é o maior autovalor do domínio do escoamento no tempo  $t^n$ , fisicamente, é a maior velocidade relativa, em valor absoluto, na qual propaga perturbações na forma dada pela Eq.(5.23). No nosso caso, pode ser expresso por meio da seguinte expressão:

$$\lambda_{\max}^n = \max_j \left\{ \max_i \left\{ \left| \lambda_j^i \right| \right\} \right\}, \quad \text{para } j = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, 4. \quad (5.23)$$

O termo de  $\lambda_{\max}^n$  é estudado nos trabalhos de Toumi (1996), Masella *et al.* (1998) e Baptista (2007), que demonstram para a maioria dos escoamentos encontrados em dutos de óleo e gás que a velocidade relativa  $u_r$ , que caracteriza a velocidade de escorregamento entre as fases, é em geral da ordem de 1 m/s, enquanto a velocidade do som na fase de gás é da ordem de 300 a 400 m/s dependendo da composição do gás. Assim, nesta tese foi considerado o valor de 400 m/s para gerar os resultados do escoamento bifásico de padrão estratificado do capítulo 6.

#### 5.2.4 Condições de Contorno para o escoamento Bifásico

Um problema de valor inicial e de contorno requer, para sua solução um número específico de variáveis impostas como condição de contorno, que podem ser fornecidas como variáveis primitivas ou variáveis conservadas do sistema de equações diferenciais. A análise de hiperbolicidade do problema é fundamental para a imposição correta das condições de contorno, pois os autovalores obtidos dessa análise podem ser positivos ou negativos, dependendo das condições do escoamento. Como as condições são impostas no contorno é necessário realizar essa análise de hiperbolicidade na entrada ( $x = 0$ ) e na saída do duto ( $x = L$ ). De acordo com Jeffrey (1976), valores positivos na entrada do domínio representam as características que emanam para dentro do domínio, e os negativos representam as características que saem do domínio. Já na saída do duto, a interpretação do sinal dos autovalores é contrária à da entrada, ou seja, valores positivos são as características que saem do domínio, e os negativos são as características que entram no domínio.

Para os casos estudados nesta tese, são necessárias quatro variáveis primitivas a serem impostas como condições de contorno e, quando aplicada a análise de hiperbolicidade para o cálculo dos autovalores, encontram-se três autovalores reais positivos e um valor real negativo tanto na entrada quanto na saída do duto. Fica estabelecido que na entrada é necessária a imposição de três variáveis dependentes como condições de contorno, e na saída apenas uma.

Para o problema em questão, são impostas como condições de contorno a fração volumétrica de líquido e as velocidades de gás e de líquido na entrada, e a pressão na saída. A escolha das variáveis como condição de contorno segue os trabalhos de Masella *et al.* (1998), Omgba-Essama (2004), Bueno (2013), Baptista (2013) e outros, em escoamento bifásico de padrão estratificado, descritos na literatura.

Estas condições de contorno são estabelecidas próximas às fronteiras do duto (entrada,  $x = 0$  e saída,  $x = L$ ) através da criação de células fantasmas (*ghost cells*) ou fictícias, fora do domínio discretizado. Na entrada do duto, antes de  $x = 0$ , cria-se a célula fantasma  $j = 0$ , e na saída, depois de  $x = L$ , é criada a célula fictícia  $j = N + 1$ . Nas células fantasmas de entrada ( $j = 0$ ) e saída ( $j = N + 1$ ) do duto, as variáveis

dependentes são prescritas em cada posição, como fração volumétrica de líquido e as velocidades de gás e de líquido na entrada, e pressão na saída, conforme

$$\mathbf{W}_{j=0}^n = \left[ p_{j=1}^n \quad (\hat{\alpha}_L)_{j=0}^{n+1} \quad (\hat{u}_G)_{j=0}^{n+1} \quad (\hat{u}_L)_{j=0}^{n+1} \right]^T, \quad (5.24)$$

$$\mathbf{W}_{j=N+1}^n = \left[ \hat{p}_{j=N+1}^{n+1} \quad (\alpha_L)_{j=N}^n \quad (u_G)_{j=N}^n \quad (u_L)_{j=N}^n \right]^T, \quad (5.25)$$

onde  $p_{j=1}^n$  representa o valor da pressão calculado na entrada do duto. Seu valor na célula fantasma é o mesmo valor da primeira célula dentro do domínio no instante de tempo anterior. As outras variáveis  $\left( (\alpha_L)_{j=N}^n, (u_G)_{j=N}^n \text{ e } (u_L)_{j=N}^n \right)$  são calculadas na saída do duto, e na célula fantasma, assumem o valor das suas variáveis na última célula dentro do domínio, no tempo passado.

Algumas considerações necessitam ser feitas para o esquema FCT calcular as grandezas físicas nos contornos corretamente, porque tanto para o cálculo da solução na variável conservada  $\mathbf{Q}$  ou no termo de fluxo  $\mathbf{F}$ , há falta de informação em algumas células próximas às fronteiras do domínio. O método FCT, descrito na Seção 5.2.1, utiliza as seguintes hipóteses:

- Para o segundo passo no cálculo do FCT a aproximação de  $\tilde{\mathbf{Q}}_j$ :

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{j=0}^{n+1} = \mathbf{Q}_{j=0}^n, \quad (5.26)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{j=N+1}^{n+1} = \mathbf{Q}_{j=N+1}^n. \quad (5.27)$$

- Para o terceiro passo no cálculo do FCT a aproximação de  $\mathbf{Q}_j^d$ :

$$\left( \mathbf{Q}^d \right)_{j=0}^{n+1} = \tilde{\mathbf{Q}}_{j=0}^{n+1} = \mathbf{Q}_{j=0}^n, \quad (5.28)$$

$$\left( \mathbf{Q}^d \right)_{j=N+1}^{n+1} = \tilde{\mathbf{Q}}_{j=N+1}^{n+1} = \mathbf{Q}_{j=N+1}^n. \quad (5.29)$$

- Para o terceiro passo no cálculo do FCT a aproximação de  $\mathbf{F}_j^{cad}$  :

$$\mathbf{F}_{j=1/2}^{cad} = S \max \left\{ 0, \min \left\{ \left| \mathbf{F}_{j=1/2}^{ad} \right|, S \left( \mathbf{Q}_{j=2}^d - \mathbf{Q}_{j=1}^d \right) \right\} \right\}, \quad (5.30)$$

$$\mathbf{F}_{j=N+1/2}^{cad} = S \max \left\{ 0, \min \left\{ S \left( \mathbf{Q}_{j=N}^d - \mathbf{Q}_{j=N-1}^d \right), \left| \mathbf{F}_{j=N+1/2}^{ad} \right| \right\} \right\}. \quad (5.31)$$

### 5.2.5 Crítério de Convergência

O critério de convergência utilizado para garantir que as simulações atingiram o regime permanente pode ser escrito como

$$\xi(\chi_i^n)_j = \frac{\left| (\chi_i^{n+1})_j - (\chi_i^n)_j \right|}{\max \left\{ 1, \left| (\chi_i^n)_j \right| \right\}}, \quad (5.32)$$

onde  $n$  representa o passo no tempo,  $j$  as células discretizadas no espaço, e  $i$  é o número de equações conservadas (massa e quantidade de movimento) utilizadas neste estudo, conforme:

$$n \in \{1, 2, 3, \dots\}, j \in \{2, N-1\}, i \in \{1, \dots, 4\}. \quad (5.33)$$

A convergência pode ser aplicada às variáveis primitivas ( $W_i$ ), representando  $\chi_i$  por  $W_i$  com:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ \alpha_L \\ u_G \\ u_L \end{bmatrix}. \quad (5.34)$$

Alternativamente, utiliza-se as variáveis conservadas ( $Q_i$ ) no cálculo do critério de convergência. Porém, para garantir o regime permanente nas variáveis conservadas, calcula-se a integral em  $Q_i$ , e neste caso  $\chi_i$  é representado por  $IQ_i$ , de acordo com

$$IQ_i = \int_0^L Q_i A dx, \quad (5.35)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G \\ \rho_L \alpha_L \\ \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$

Finalmente, a tolerância máxima, estabelecida neste estudo para a simulação atingir o regime permanente com estes critérios, é definida por:

$$\text{máx} \{ \xi(\chi_i^n)_j \} \leq 10^{-8}. \quad (5.37)$$

### 5.3 Modelo de Localização de Vazamento

O modelo de localização de vazamento proposto foi desenvolvido em linguagem FORTRAN (INTEL) e utiliza a biblioteca de rotinas IMSL (MANUAL DO IMSL, Versão 7.0) para a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares descrito no capítulo 4. Dentre as sub-rotinas para aplicação matemática disponíveis, foi escolhida a sub-rotina IVPAG/DIVPAG.

A sub-rotina IVPAG/DIVPAG resolve um sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares de primeira ordem, na forma

$$\frac{d}{dx} \mathbf{W} = f(\mathbf{W}) \text{ ou } \mathbf{A} \frac{d}{dx} \mathbf{W} = f(\mathbf{W}), \quad (5.38)$$

com as condições iniciais em que  $\mathbf{A}$  é uma matriz quadrada não singular de ordem  $N$ .

Duas classes de métodos implícitos lineares de várias etapas estão disponíveis. A primeira classe é o método implícito de Adams- Moulton (até a ordem doze) (Butcher,

1987) e a segunda é o método BDF (*Backward Differentiation Formulas*) (Iserles, 1996) que usa as fórmulas de diferenças divididas (até a ordem cinco). O método BDF é frequentemente chamado de método rígido (*stiff*) de Gear. Esses métodos são conhecidos por sua capacidade de resolver sistemas de equações diferenciais ordinárias rígidos, que podem conter componentes que variam muito rapidamente e outras que variam muito lentamente. Em ambos os casos um sistema de equações não-lineares deve ser resolvido a cada passo. A matriz de derivadas neste sistema tem a forma

$$\mathbf{L} = \mathbf{A} + \eta \mathbf{J}, \quad (5.39)$$

onde  $\eta$  é um pequeno número calculado por IVPAG/DIVPAG e  $\mathbf{J}$  é o Jacobiano. A matriz  $\mathbf{A}$  é definida como matriz identidade, e a matriz  $\mathbf{L}$  pode ser definida como simétrica positiva (IMSL (MANUAL DO IMSL, Versão 7.0)).

As soluções aproximadas dos problemas de valor inicial apresentadas no capítulo 4 são obtidas a partir do emprego da sub-rotina DVIPAG (sub-rotina escolhida por calcular a solução com variáveis de dupla precisão) das bibliotecas de rotinas disponibilizadas no IMSL (MANUAL DO IMSL, Versão 7.0). Essa rotina, escrita em linguagem FORTRAN (INTEL), resolve um problema de valor inicial definido por um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem utilizando o método de Adams-Moulton ou o método de Gear.

Tanto o modelo matemático para o escoamento bifásico quanto o método de localização presente em gasodutos descrito neste trabalho são casos estudados e foram inicialmente comparados com o OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2).

### 5.3.1 Condição Iniciais para a Localização de Vazamento

O sistema de equações diferenciais ordinárias que representa o modelo matemático para localização de vazamento proposto neste trabalho determina que o número de variáveis imposta como condições iniciais seja igual ao número de variáveis primitivas do sistema de equações conservadas. Para os casos de escoamento estudados nesta tese, são exigidas quatro variáveis primitivas como condição inicial tanto na entrada quanto na saída. As variáveis dependentes do sistema de equações diferenciais ordinárias são pressão, fração volumétrica de líquido e as velocidades de gás e de líquido.

A Estratégia de Localização de Vazamento (ELV) representa o conjunto resultante de equações diferenciais ordinárias resolvidas numericamente ao longo da extensão do gasoduto da entrada (E) para a saída (S), caso nomeado ELV (E-S), e da saída (S) para a entrada (E), nomeado de ELV (S-E), juntamente com as condições para a localização de vazamento descritas pelas Eqs. (5.40) e (5.41).

Estas condições de contorno são estabelecidas próximas às fronteiras do duto, na entrada ( $x=0$ ) que representa a célula ( $j=1$ ), ou na saída ( $x=L$ ) que representa a célula ( $j=N$ ), ou seja, na primeira ou última célula do domínio discretizado.

Para ELV (E-S), tem-se

$$\mathbf{W}_{j=1} = \left[ (\hat{p})_{j=1} \quad (\hat{\alpha}_L)_{j=1} \quad (\hat{u}_G)_{j=1} \quad (\hat{u}_L)_{j=1} \right]^T, \quad (5.40)$$

onde todas as variáveis primitivas são calculadas da entrada até a saída do duto.

As condições iniciais para a ELV (S-E) são definidas por,

$$\mathbf{W}_{j=N} = \left[ (\hat{p})_{j=N} \quad (\hat{\alpha}_L)_{j=N} \quad (\hat{u}_G)_{j=N} \quad (\hat{u}_L)_{j=N} \right]^T, \quad (5.41)$$

onde todas as variáveis primitivas são calculadas da saída para a entrada do duto.

## 5.4 Código OLGA

O *software* comercial OLGA (*Oil Liquid-Gas Analyser*) é um simulador numérico unidimensional de escoamento multifásico em dutos, e instalações de produções dedicado à indústria de óleo e gás. Seu desenvolvimento e comercialização esteve sob diferentes comandos: inicialmente era a empresa norueguesa Scandpower, e a partir de 2013, a empresa responsável pelo simulador foi a Schlumberger.

No momento o OLGA encontra-se em sua última versão unidimensional, a versão 2014.2. No entanto, sua versão validada de forma geral pelas empresas foi a versão 5 cuja descrição de modelagem é apresentada em Bendiksen *et al.* (1991), porém, algumas modificações ocorram no modelo das últimas versões.

O OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2) utiliza um modelo de três fluidos (gás/líquido/água), e sempre supõe que o gás é a fase mais leve, porém o líquido pode ser mais leve ou mais pesado que a água. A transferência de massa interfacial também pode ser assegurada através do acoplamento dos fluidos.

A versão disponível para esta tese considera um sistema de equações com três equações de conservação de massa, uma para a fase de gás, uma para fase de líquido (ou condensado) e água na parede e outra para a fase dispersa de líquido (*liquid droplets*) e a fase dispersa de água (*water droplets*) sem considerar a parede. Para a conservação da quantidade de movimento linear são consideradas três equações, uma para o líquido, uma para a água e outra para combinação de gás e gotícula de líquido. Uma equação para a energia aplicada à uma mistura assumindo que todas as fases estão na mesma temperatura. Assim, conclui-se o sistema de equações conservadas, três para a massa, três para a quantidade de movimento e uma para energia, totalizando sete equações, segundo o Manual do Usuário do OLGA 2014.2.

As equações conservadas podem ser resolvidas com dois diferentes métodos no OLGA, a opção padrão (*default*) é um método de primeira ordem (semi-implícito *upwind*), este é um método mais robusto e deve ser preferencialmente escolhido na maioria dos casos. Outra opção é o método TVD (*Total Variation Diminishing*) de segunda ordem utilizado para a discretização da equação da massa. Como ressaltado no Manual do Usuário do OLGA 2014.2 a escolha de uma discretização de segunda ordem para a equação da massa não garante que a solução do sistema completo de equações seja também de segunda ordem. Os métodos de discretização no tempo e no espaço são de primeira ordem como opção padrão (*default*) por serem estáveis numericamente. Não é recomendado utilizar métodos de segunda ordem para casos em que não se conhece o comportamento da solução (ou fenômeno físico de interesse), ou quando se conhece e sabe que os resultados podem acumular erros por ter instabilidade numérica.

Para a utilização do OLGA, há necessidade de se criar uma tabela PVT através de um outro *software* ou um módulo do OLGA dedicado às propriedades dos fluidos, como massa específica, viscosidade, condutividade térmica etc. As propriedades dos fluidos são funções de pressão e temperatura. A tabela PVT gerada emprega um conjunto de opções de equação de estado, dentre elas a equação de Soave (1972) (SRK “*Soave -Redlich-Kwon*”) com uma correção (Peneloux & Rauzy, 1982) para a massa específica de líquido.

## **CAPÍTULO 6 - Resultados e Discussões**

### **6.1 Introdução**

Os resultados que representam o escoamento bifásico horizontal com o modelo de Dois Fluidos para o padrão estratificado e isotérmico foram obtidos através de um código em linguagem FORTRAN (INTEL) escrito para resolver o sistema de equações já discutido na Seção 3.2. Para mostrar o comportamento do escoamento com e sem vazamento, diversas simulações foram realizadas, conforme descrito a seguir.

O modelo desenvolvido para localização de vazamento através do sistema de equações diferenciais ordinárias apresentado neste trabalho também foi desenvolvido em linguagem FORTRAN (INTEL), e é resolvido numericamente com o método de Gera por ser capaz de lidar com sistema rígido de equações.

Neste capítulo são apresentados resultados obtidos para escoamento bifásico com e sem vazamento para alguns casos de interesse e resultados para o modelo de localização de vazamento aplicados a estes mesmos casos. Os resultados de análise de hiperbolicidade e imposição da condição de contorno também são discutidos nesta seção, bem como um estudo voltado para a discretização do duto, visando determinar o efeito do refinamento da malha sobre a acurácia dos resultados obtidos com o método FCT.

Os mesmos casos físicos simulados com os métodos mencionados acima foram implementados no OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2), e os resultados de ambos os simuladores foram comparados para validar o modelo desenvolvido com o método FCT.

### **6.2 Estudo de Casos**

#### **6.2.1 Dados do Duto e dos Fluidos**

Inicialmente definiu-se casos físicos de operação em regime permanente e transiente que representam cenários típicos de interesse da indústria de óleo e gás. Os dados de configuração do duto estão apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Dados de configuração do duto de referência.

Diâmetro (m)	0,45
Comprimento (km)	45,0
Rugosidade (m)	$4,6 \times 10^{-5}$
Inclinação (graus)	0,0
Temperatura (°C)	20

Para caracterizar os fluidos foram escolhidos neste trabalho dois tipos, o tipo A e o tipo B que são fluidos reais da indústria do petróleo. Estes dois fluidos possuem propriedades físicas diferentes por serem oriundos de campos offshore diferentes, e representam casos de estudo independentes devido às distintas condições de escoamento impostas para cada caso. O fluido tipo A é denominado de pouco líquido (PL) por possuir um valor baixo para a fração volumétrica de líquido. O fluido tipo B é denominado de muito líquido (ML) por associar à fração volumétrica de líquido um valor que é uma ordem de grandeza maior que o fluido tipo A.

As propriedades dos fluidos tipo A e tipo B são definidas na Tabela 6.2 a seguir.

Tabela 6.2 – Dados das propriedades dos fluidos tipo A e tipo B.

Propriedades dos fluidos	Tipo A	Tipo B
Massa específica de líquido ( $\text{kg/m}^3$ )	719,7	699,0
Viscosidade dinâmica de líquido (Pa.s)	$4,4 \times 10^{-4}$	$4,2 \times 10^{-4}$
Viscosidade dinâmica de gás (Pa.s)	$1,3 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-5}$
Constante de gás (J/kg.K)	419,6	379,2

### 6.2.2 Fatores de Atrito e Condições de Contorno

Os fatores de atrito de parede e interfacial definidos na Tabela 6.3 foram utilizados em todos os casos estudados nesta tese para cada simulação realizada. Para o fator de atrito interfacial foram utilizadas as Eqs. (3.20) e (3.23), e para o fator de atrito na parede, seja para a fase de gás e/ou de líquido empregou-se a Eq. (3.34).

Tabela 6.3 – Correlação de fatores de atrito utilizados.

Fator de Atrito na Parede (Gás/Parede)	Moody (1947)
Fator de Atrito na Parede (Líquido/Parede)	Moody (1947)
Fator de Atrito Interfacial (Gás/Líquido)	Andreussi & Persen (1987)

As condições de contorno para as simulações com o método FCT nos casos de escoamento com e sem vazamento para os fluidos tipo A e tipo B estão indicadas nas Tabelas 6.4 e 6.5.

Tabela 6.4 – Condições iniciais de contorno para o escoamento bifásico com método FCT e fluido tipo A.

Fluido Tipo A	Entrada ( $j = 0$ )	Saída ( $j = N + 1$ )
Pressão (MPa)	-	6,0
Fração volumétrica de líquido (-)	0,008	-
Velocidade de gás (m/s)	5,25	-
Velocidade de líquido (m/s)	0,98	-

Tabela 6.5 – Condições iniciais de contorno para o escoamento bifásico com método FCT e fluido tipo B.

Fluido Tipo B	Entrada ( $j = 0$ )	Saída ( $j = N + 1$ )
Pressão (MPa)	-	6,0
Fração volumétrica de líquido (-)	0,09	-
Velocidade de gás (m/s)	4,08	-
Velocidade de líquido (m/s)	1,24	-

As Tabelas 6.6 e 6.7 contém os dados utilizados como condições iniciais para as simulações que ilustram a aplicação da estratégia de localização de vazamento para os dois tipos de fluido (tipo A e tipo B).

Tabela 6.6 – Condições de iniciais para localizar vazamento com o fluido tipo A.

Fluido Tipo A	ELV (E – S)		ELV (S – E)	
	Entrada	Saída	Entrada	Saída
	( $j = 1$ )	( $j = N$ )	( $j = 1$ )	( $j = N$ )
Pressão (MPa)	7,14	-	-	6,0
Fração volumétrica de líquido (-)	0,008	-	-	0,007
Velocidade de gás (m/s)	5,21	-	-	6,18
Velocidade de líquido (m/s)	1,32	-	-	1,48

Tabela 6.7 – Condições de iniciais para localizar vazamento com o fluido tipo B.

Fluido Tipo B	ELV (E – S)		ELV (S – E)	
	Entrada	Saída	Entrada	Saída
	( $j = 1$ )	( $j = N$ )	( $j = 1$ )	( $j = N$ )
Pressão (MPa)	6,89	-	-	6,0
Fração volumétrica de líquido (-)	0,09	-	-	0,08
Velocidade de gás (m/s)	4,02	-	-	4,58
Velocidade de líquido (m/s)	1,59	-	-	1,71

Finalmente, as condições de contorno para o escoamento bifásico horizontal de padrão estratificado utilizadas no simulador comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2) para os dois tipos de fluido (tipo A e tipo B) estão mostradas na tabela 6.8.

Tabela 6.8 – Condições iniciais de contorno para o *software* OLGA com os fluidos tipo A e B.

		Pressão (MPa)	Vazão mássica total (kg/s)
Fluido Tipo A	Entrada ( $j = 1$ )	-	50,0
	Saída ( $j = N$ )	6,0	-
Fluido Tipo B	Entrada ( $j = 1$ )	-	50,0
	Saída ( $j = N$ )	6,0	-

O simulador OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2) utiliza apenas uma condição de contorno na entrada do duto (vazão mássica total) e outra na saída (pressão), pois todas as outras informações que compõem os fluidos como escoamento bifásico são fornecidas via tabela PVT, que determina, com base no equilíbrio termodinâmico, a fração volumétrica de líquido nos casos estudados. Como o *software* OLGA é um simulador trifásico (considera uma fase para a água), a fase de água que não é considerada no modelo bifásico aplicado neste trabalho, foi minimizada ao máximo de forma que sua presença não afete os resultados obtidos.

### 6.3 Resultados da Análise Hiperbólica e Imposição das Condições de Contorno

A análise de hiperbolicidade é realizada através do polinômio expresso na Eq. (3.46), e se o resultados dos autovalores (ou as raízes do polinômio) para o sistema de equações hiperbólicas (Eq. (3.39)) são reais e os autovetores correspondentes são linearmente independentes, então, o problema é hiperbólico. A imposição da condição de contorno do modelo é determinada com informações do resultado da análise de hiperbolicidade que permite observar cada autovalor separadamente. Uma característica importante do autovalor investigada é o sinal associado a cada raiz, o sinal indica quantos autovalores serão impostos na entrada e na saída do duto como condição de contorno.

No programa FORTRAN (INTEL) desenvolvido para realizar as simulações com o método FCT foi criada uma sub-rotina para acompanhar o cálculo dos autovalores em

cada célula de discretização e verificar se o problema mantém-se hiperbólico ao longo do duto, para todos os instantes de tempo. Porém, para imposição da condição de contorno é necessário observar apenas os autovalores dos contornos (entrada e saída) do duto em detalhes. Assim, o polinômio dado pela Eq. (3.46) foi também resolvido numericamente através de uma rotina escrita para o *software* comercial Mathematica (Wolfram Mathematica, Versão 10) para se verificar graficamente esse resultado.

A rotina numérica desenvolvida no *software* Mathematica utiliza como base o estudo de Taitel & Dukler (1976) para definir o intervalo de velocidades superficiais de líquido e gás para o modelo de Dois Fluidos no padrão estratificado. O resultado gráfico fornecido pelo Mathematica facilita identificar a região não hiperbólica (aquela contendo autovalores complexos), e a região hiperbólica (contendo apenas autovalores reais) subdividida de acordo com o número de autovalores positivos.

Os resultados gráficos do Mathematica para as condições de contorno e iniciais são apresentados nas figuras a seguir oriundas da análise de hiperbolicidade e imposição de condição de contorno para os casos estudados nesta tese. De acordo com por Taitel & Dukler (1976), a região de padrão estratificado é observada experimentalmente em um determinado intervalo de velocidades superficiais de líquido e gás. Cada par de valores de velocidades superficiais representa um ponto no gráfico que pode ser associado à condição inicial ou de contorno para entrada e saída do duto para o caso convergido em regime permanente.

O gráfico produz uma região laranja para casos não hiperbólicos que invalidam a solução (algum par de autovalores complexos), porém a região hiperbólica (todos os autovalores são reais) é dividida em duas, uma região azul para dois autovalores positivos e dois negativos, e outra região verde para três autovalores positivos e um negativo. O caso estudado em cada situação é identificado pelo ponto vermelho no gráfico.

Para simular cada caso no Mathematica é necessário fornecer a configuração do duto conforme a Tabela 6.1, as propriedades dos fluidos de acordo com a Tabela 6.2 e as quatro variáveis dependentes (pressão, fração volumétrica de líquido, velocidade de gás e líquido) para cada tipo de fluido.

O primeiro caso estudado é para o fluido tipo A. Para analisar a condição inicial e as condições de contorno do caso convergido em regime permanente, na entrada e saída do duto, os valores utilizados são mostrados na Tabela 6.9. Os dados utilizados como

condição inicial e condição de contorno para o fluido tipo B estão mostrados na Tabela 6.10.

Tabela 6.9 – Condição inicial e de contorno para o escoamento bifásico com o método FCT e fluido tipo A.

Fluido Tipo A	Condição Inicial	Condição de Contorno ( $j = 1$ )	Condição de Contorno ( $j = N + 1$ )
Pressão (MPa)	6,0	7,14	6,0
Fração volumétrica de líquido (-)	0,008	0,008	0,007
Velocidade de gás (m/s)	5,25	5,25	6,18
Velocidade de líquido (m/s)	0,98	0,94	1,48

Tabela 6.10 – Condição inicial e de contorno para o escoamento bifásico com o método FCT e fluido tipo B.

Fluido Tipo	Condição Inicial	Condição de Contorno ( $j = 1$ )	Condição de Contorno ( $j = N + 1$ )
Pressão (MPa)	6,0	6,89	6,0
Fração volumétrica de líquido (-)	0,09	0,09	0,08
Velocidade de gás (m/s)	4,08	4,08	4,58
Velocidade de líquido (m/s)	1,24	1,24	1,71

Os resultados apresentados pelas Fig. 6.1 e 6.2 correspondem aos dados das Tabelas 6.9 e 6.10. O ponto vermelho, que representa o caso estudado, este se encontra em todos os gráficos na região verde, ou seja, região hiperbólica com três autovalores reais positivos e um negativo. Os autovalores positivos na entrada, representam as características que emanam para dentro do domínio nessa solução e assim, sabe-se que há necessidade de prescrever três condições de contorno na entrada do duto. Na saída, observa-se também três autovalores positivos e um negativo, sendo o autovalor negativo corresponde a característica que emanam para dentro do domínio e assim, necessita-se de uma única condição de contorno na saída do duto.

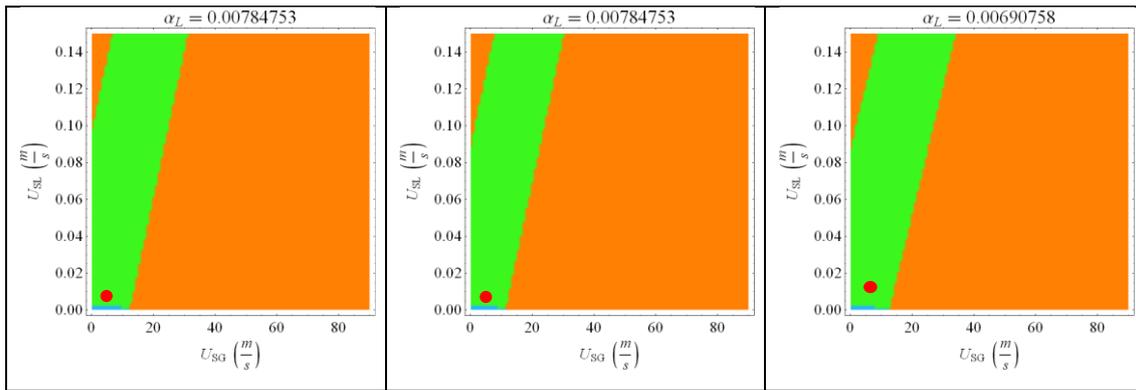


Figura 6.1 – Análise de hiperbolicidade para o caso com o fluido tipo A. À esquerda: Resultado para condição inicial. No centro: Resultado para condição de contorno na entrada do duto. À direita: Resultado para condição de contorno na saída do duto.

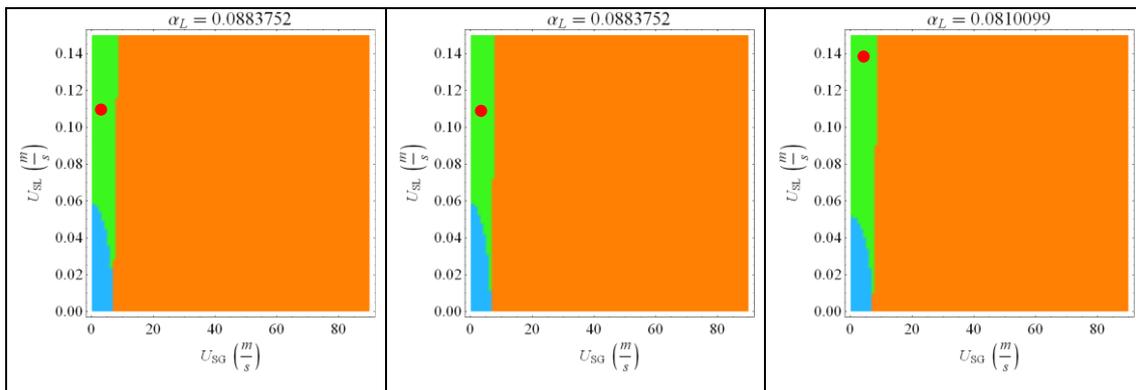


Figura 6.2 – Análise de hiperbolicidade para o caso com o fluido tipo B. À esquerda: Resultado para condição inicial. No centro: Resultado para condição de contorno na entrada do duto. À direita: Resultado para condição de contorno na saída do duto.

Nota-se nos gráficos que a região não hiperbólica, que contém algum autovalor complexo é muito maior que a região hiperbólica, onde a solução é válida. Assim, observou-se também que nos casos em que a fração volumétrica de líquido é menor, a região hiperbólica é mais ampla para valores de pressão da mesma ordem de grandeza.

Com o propósito de evidenciar a importância do estudo de análise de hiperbolicidade, decidiu-se apresentar os casos de fluido tipo A e B para valores menores de pressão em uma ordem de grandeza em relação as Tabelas 6.9 e 6.10, chamados casos de baixa pressão.

Os valores das variáveis primitivas utilizadas como condição inicial e condições de contorno na entrada e saída do duto para os fluidos tipo A e B estão listados nas Tabelas 6.11 e 6.12, respectivamente.

Tabela 6.11 – Condição inicial e de contorno para o método FCT com o fluido tipo A e baixa pressão.

Fluido Tipo A	Condição Inicial	Condição de Contorno ( $j = 1$ )	Condição de Contorno ( $j = N + 1$ )
Pressão (MPa)	0,6	0,75	0,6
Fração volumétrica de líquido (-)	0,008	0,008	0,008
Velocidade de gás (m/s)	5,25	5,25	7,31
Velocidade de líquido (m/s)	0,98	0,98	0,37

Tabela 6.12 – Condição inicial e de contorno para o método FCT com o fluido tipo B e baixa pressão.

Fluido Tipo B	Condição Inicial	Condição de Contorno ( $j = 1$ )	Condição de Contorno ( $j = N + 1$ )
Pressão (MPa)	0,6	1,1	0,6
Fração volumétrica de líquido (-)	0,09	0,09	0,06
Velocidade de gás (m/s)	4,08	4,08	10,90
Velocidade de líquido (m/s)	1,24	1,24	1,34

As Figuras 6.3 e 6.4 representam os resultados da análise de hiperbolicidade obtida. A região verde do gráfico corresponde a condições de escoamento que produzem três autovalores reais positivos e um negativo. Porém, nota-se nos gráficos que a região não hiperbólica, que contém pelo menos um par de autovalores complexos foi reduzida em relação aos casos anteriores (Figuras 6.1 e 6.2) para esses casos de valores baixos de pressão. A menor pressão amplia a região hiperbólica, se comparado com os casos das Figuras 6.1 e 6.2, para valores de fração volumétrica de líquido de mesma ordem de grandeza para cada tipo de fluido.

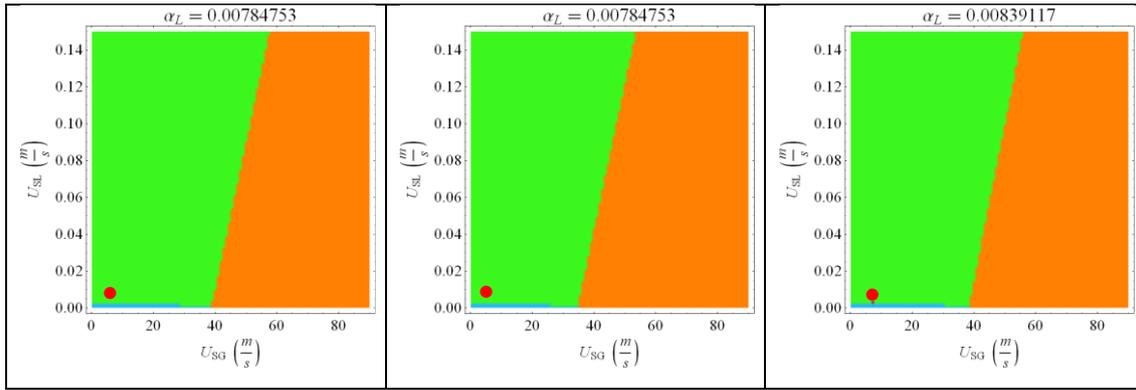


Figura 6.3 – Análise de hiperbolicidade para o caso com o fluido tipo A e baixa pressão.

À esquerda: Resultado para condição inicial. No centro: Resultado para condição de contorno na entrada do duto. À direita: Resultado para condição de contorno na saída do duto.

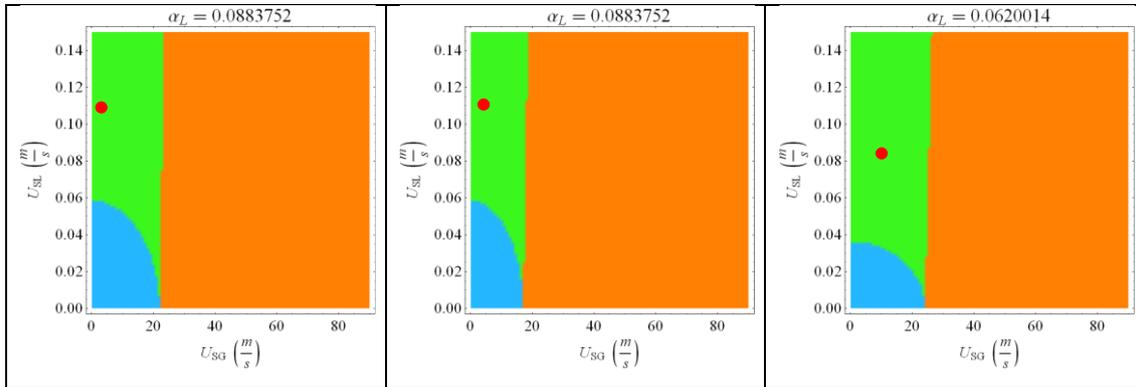


Figura 6.4 – Análise de hiperbolicidade para o caso com o fluido tipo B e baixa pressão.

À esquerda: Resultado para condição inicial. No centro: Resultado para condição de contorno na entrada do duto. À direita: Resultado para condição de contorno na saída do duto.

Através de uma completa análise de hiperbolicidade e imposição das condições de contorno, observa-se a importância dessa análise devido aos diferentes resultados considerando a influência das variações de pressão e de fração volumétrica de líquido.

Todos os casos simulados neste trabalho passaram por este tipo de análise de hiperbolicidade.

## 6.4 Acurácia do Método FCT Aplicada ao Modelo de Dois Fluidos

### 6.4.1 Estudo da Malha no Espaço

As simulações numéricas de escoamento bifásico de dutos devem apresentar resultados acurados que representem, o mais próximo possível, o problema real da indústria. O estudo de refinamento da malha no espaço, considerando o método numérico FCT para solução do problema, é determinante para se definir o  $\Delta x$  ideal para os casos escolhidos nesta tese. Assim, pode-se assegurar a precisão desejada ou esperada, de acordo com a discretização escolhida para os casos de interesse.

Para o estudo da malha no espaço foi escolhido um caso para o fluido tipo A e condições iniciais e de contorno conforme a Tabela 6.4. O estudo foi realizado variando-se o  $\Delta x$ , e mantendo-se o  $\Delta t$  constante através do ajuste no número de CFL calculado segundo a Eq. (5.22), porém nunca permitindo valores maiores que 0,45 e, assim, respeitando o limite sugerido por Sod (1985) para o CFL máximo. Desta forma, o critério de estabilidade do método explícito fica sempre obedecido.

O número de células de discretização no espaço é definido por  $N$ . Foram escolhidas seis diferentes malhas para esse estudo, sendo que  $N = 10000$  representa o caso mais discretizado e o caso de referência na Eq. (6.1). As Figs. 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8 mostram os resultados para cada variável dependente do sistema de equações (pressão, fração volumétrica de líquido e velocidade de gás e líquido) relacionada a cada  $N$  e, em todos os casos, manteve-se o  $\Delta t$  constante em 0,010125s.

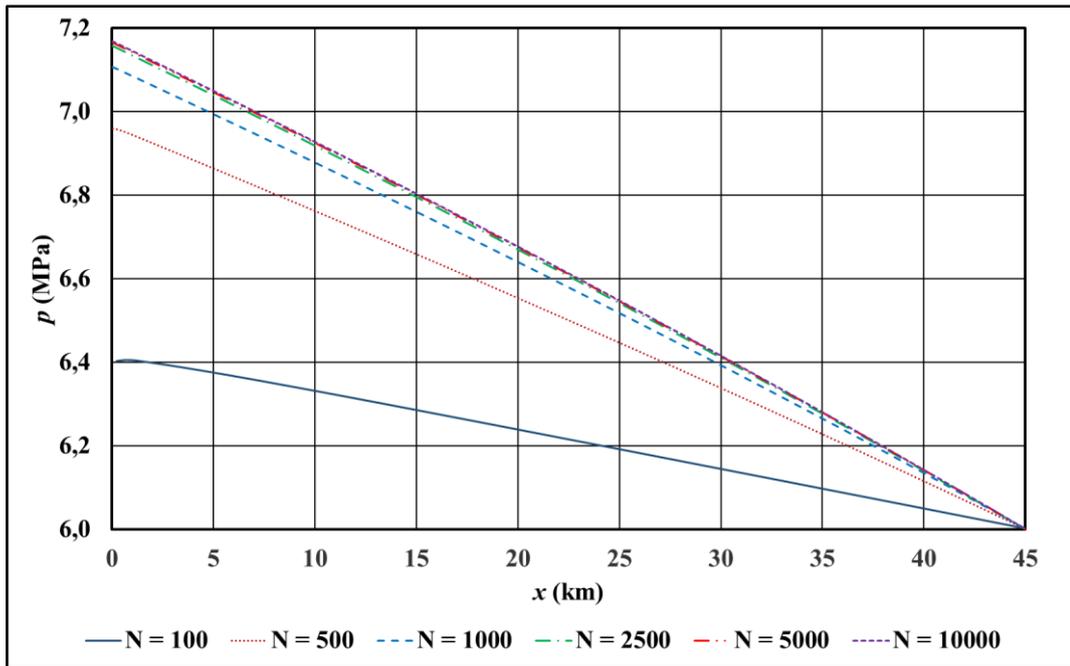


Figura 6.5 – Pressão ao longo do duto para o escoamento em regime permanente em cada número de células  $N$ .

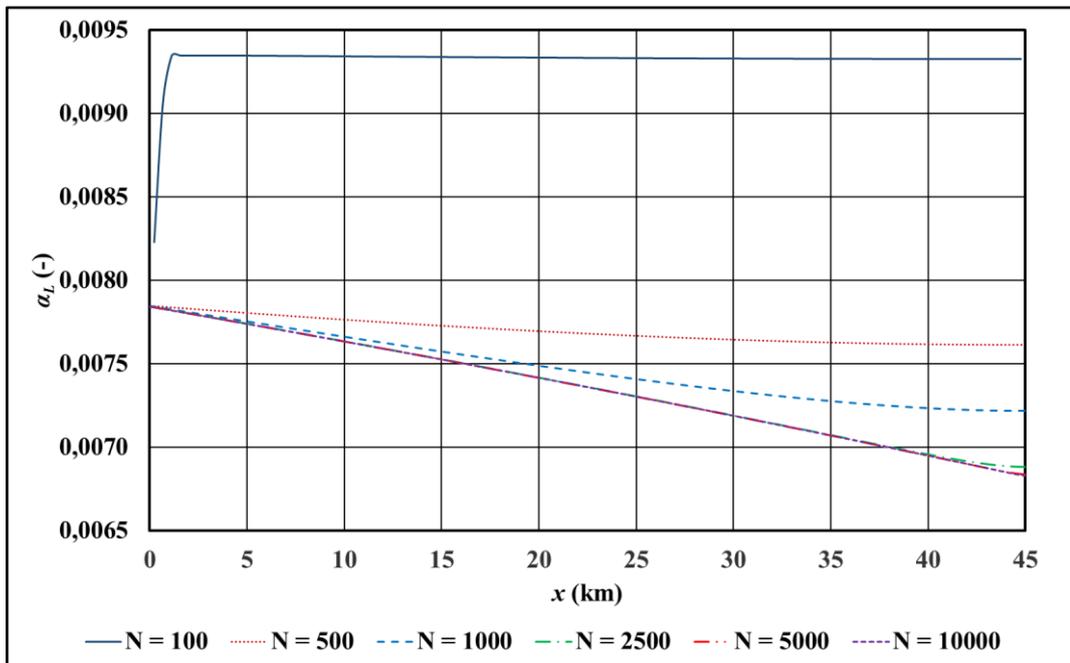


Figura 6.6 – Fração volumétrica de líquido ao longo do duto para o escoamento em regime permanente em cada número de células  $N$ .

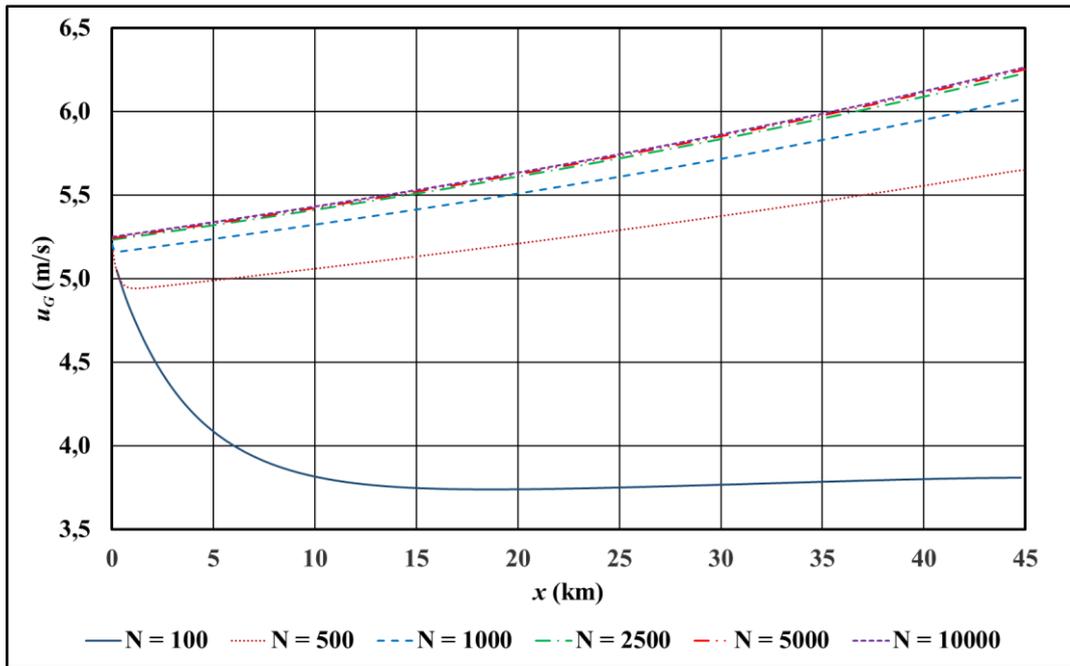


Figura 6.7 – Velocidade de gás ao longo do duto para o escoamento em regime permanente em cada número de células  $N$ .

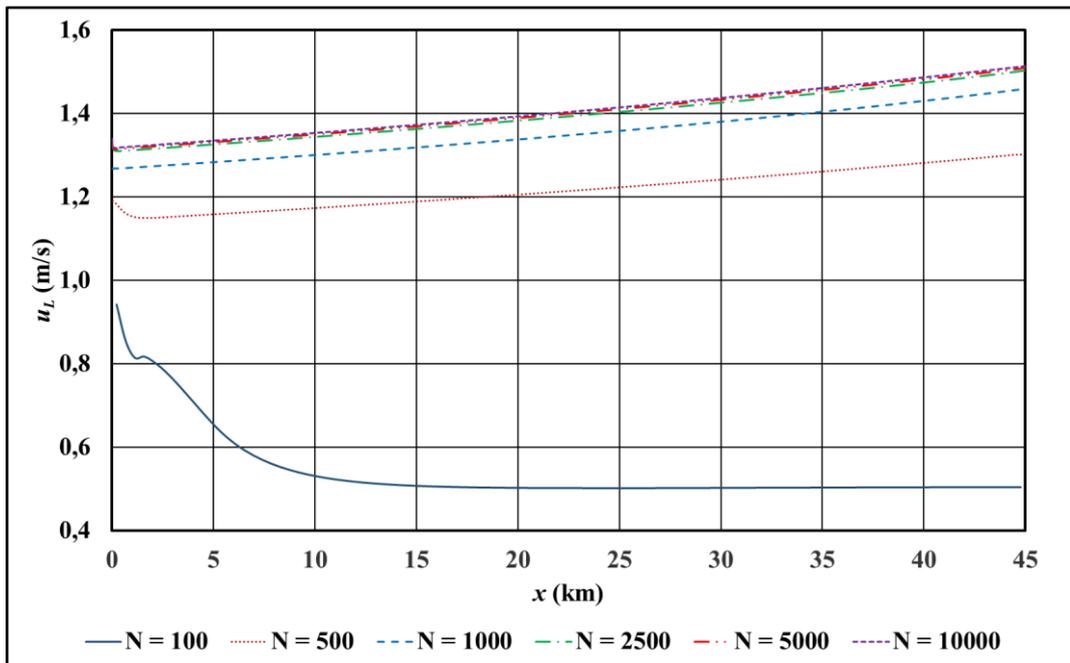


Figura 6.8 – Velocidade de líquido ao longo do duto para o escoamento em regime permanente em cada número de células  $N$ .

Tabela 6.13 – Tempo computacional de CPU para cada caso.

Número de células $N$	$\Delta x$ (m)	$\Delta \chi$	Tempo de CPU
100	450	0,01	11min 15s
500	90	0,002	91min 55s
1.000	45	0,001	3h 38min 8s
2.500	18	0,0004	21h 8min 46s
5.000	9	0,0002	41h 27min 16s
10.000	4,5	0,0001	79h 13min 45s

Observando as Figuras 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8 percebe-se que os resultados, para  $N$  maior ou igual a 2500, são praticamente os mesmos em todas as variáveis. Porém o tempo computacional para estes casos ainda é muito elevado como mostrado na Tabela 6.13. Portanto, o caso com 1000 células de discretização, apresenta resultados com acurácia satisfatória, do ponto de vista de engenharia, em um tempo computacional aceitável e relativamente menor que o caso com 2500 células ou mais. As configurações da máquina utilizada para este estudo são: Intel® Core™ i7-4771 CPU 3,50GHz.

A análise de acurácia no espaço é realizada através do cálculo de erro, baseado na variável de quantidade de movimento linear total, que é uma variável global integrada ao longo do duto através do método de Simpson, para determinar a acurácia do método FCT. O erro relativo na variável global integrada envolve todas as variáveis dependente do sistema de equações (pressão, fração volumétrica de líquido e velocidade de gás e líquido) de interesse, e é calculado por:

$$\xi = \frac{|I(N) - I_{ref}|}{I_{ref}}, \quad (6.1)$$

onde  $I_{ref}$  é o valor da variável global calculada com a malha mais refinada, que representa o caso mais acurado, ou seja,

$$I_{ref} = I(N = 10.000). \quad (6.2)$$

Na Eq. (6.1),  $I(N)$  representa a variável global integrada calculada para qualquer  $N$  e definida segundo a equação

$$I \equiv \int_0^L (\rho_G \alpha_G u_G^2 + \rho_L \alpha_L u_L^2) A dx. \quad (6.3)$$

A representação gráfica desse erro é mostrada no gráfico da Figura 6.9, que facilita identificar a ordem do erro em função de um parâmetro adimensional  $\Delta\chi$ , definido por

$$\Delta\chi = \frac{\Delta x}{L}, \quad (6.4)$$

onde  $L$  é o comprimento do duto e  $\Delta x$  é o tamanho da célula em cada caso.

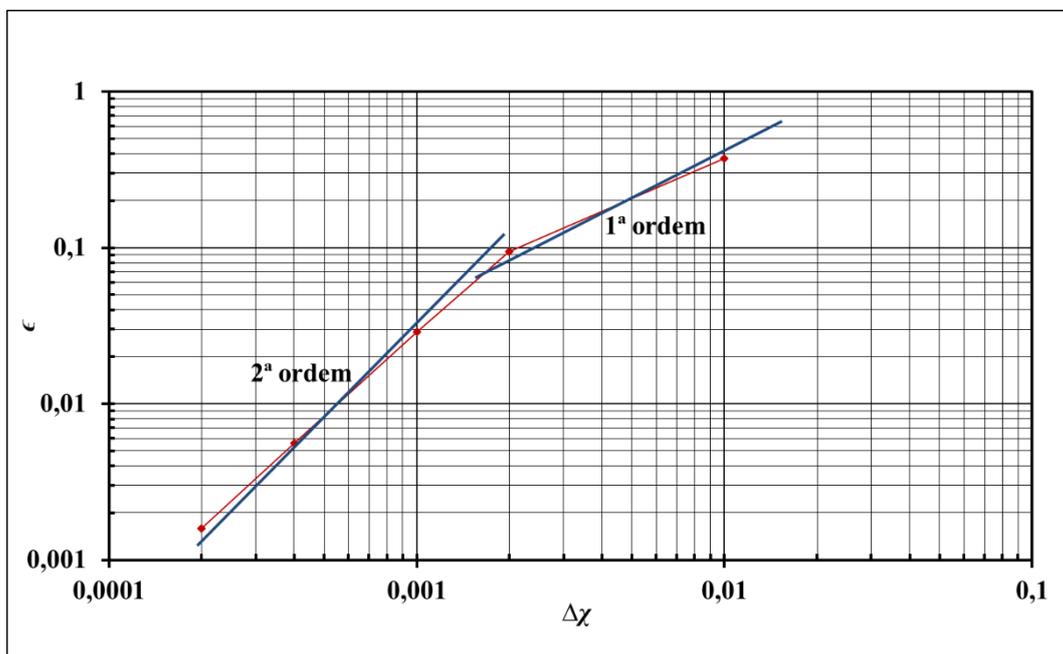


Figura 6.9 – Erro relativo calculado através da variável global de quantidade de movimento linear total.

No gráfico da Figura 6.9 foi desenhada uma linha correspondente à acurácia de primeira ordem e outra de segunda ordem. Os resultados revelam que para valores de  $N$  menor ou igual a 500 (ou  $\Delta\chi$  maior ou igual a 0,002) o método se comporta como um

método de primeira ordem, e para  $N$  maior que 500 o método do FCT se comporta como de segunda ordem. Os resultados indicam que para malhas pouco refinadas, o escoamento bifásico em gasodutos, não é representado de maneira desejada com erros de primeira ordem. Porém, os casos transientes podem garantir acurácia de segunda ordem, e tempo computacional baixo (conforme apresentado na Tabela 6.13) para  $\Delta\chi$  igual a, ou menor que, 0,001.

## **6.5 Modelo de Dois Fluidos com Método FCT para Escoamento em Regime Permanente**

O escoamento bifásico em padrão estratificado para dutos horizontais e isotérmicos foi simulado com o método FCT para ambos os fluidos (tipo A e tipo B) até atingir o regime permanente.

Para obter os resultados através do método FCT é necessário fornecer as informações de configuração do duto, propriedades de fluido e dados para condição inicial e de contorno. Adicionalmente, é necessário selecionar os fatores de atrito de parede (um para cada fase) e interfacial (entre as fases) conforme as Tabelas 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5.

As Figuras 6.10 e 6.11 apresentam o comportamento das variáveis de pressão, fração volumétrica de líquido e velocidades de gás e líquido para a simulação do caso para o fluido tipo A.

O comportamento físico do escoamento está coerente, pois a pressão decresce ao longo do duto devido à presença do atrito. Como a vazão mássica de cada fluido é constante no regime permanente, a velocidade do gás aumenta devido ao decaimento da pressão. O valor para a velocidade do gás imposto no contorno da entrada, é maior que o valor do líquido, assim, o gás acelera o líquido pela interação que se dá entre os fluidos através da interface, fazendo sua velocidade aumentar e a fração volumétrica de líquido diminuir.

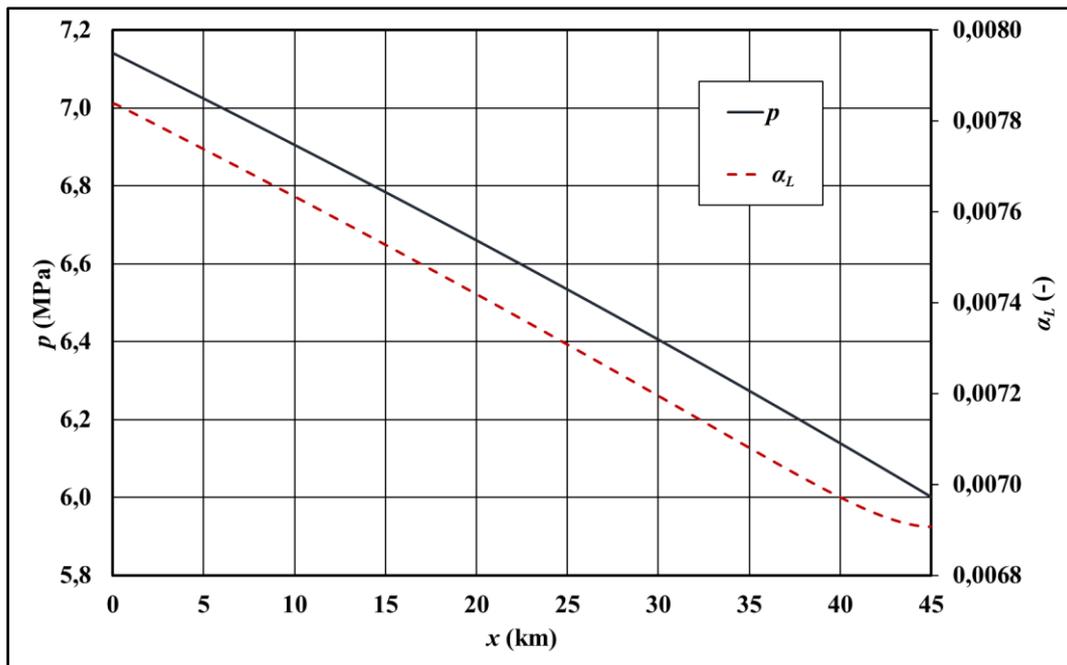


Figura 6.10 – Pressão e fração volumétrica de líquido ao longo do duto em regime permanente para escoamento do fluido tipo A.

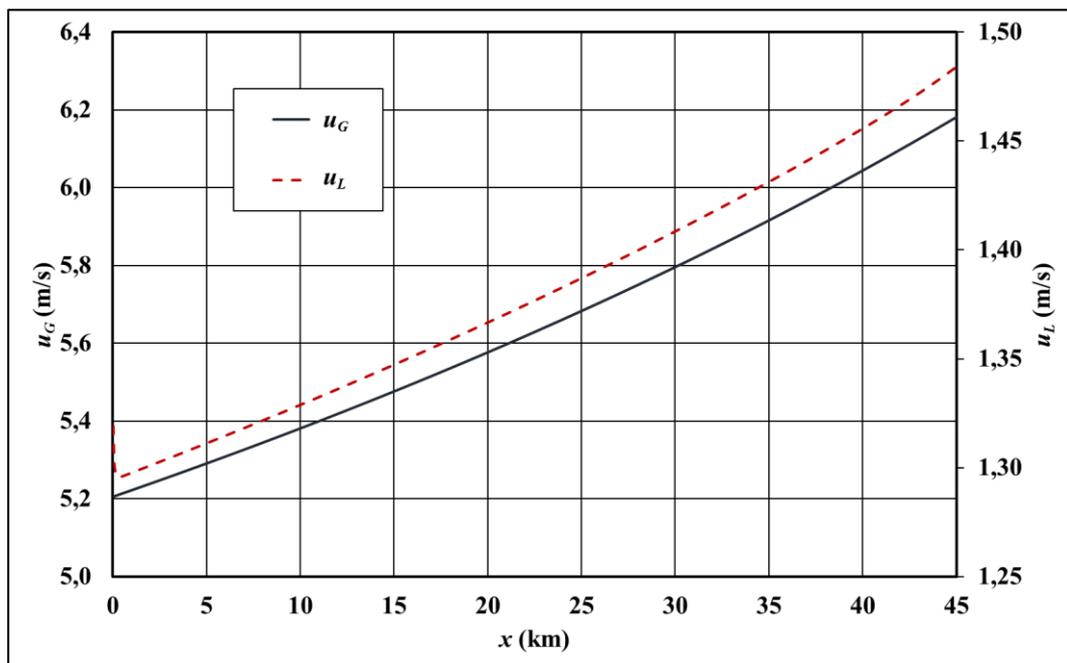


Figura 6.11 – Velocidade de gás e líquido ao longo do duto em regime permanente para escoamento do fluido tipo A.

Para comparar o método FCT com o simulador comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2), utilizou-se as condições de contorno definidas na Tabela 6.8 para o OLGA. A figura a seguir apresenta esta comparação através do comportamento da variável dependente pressão, comparando o resultado do OLGA com o da simulação de escoamento com método FCT para o fluido tipo A.

Pode-se constatar que o resultado obtido com o FCT e com o OLGA apresentaram uma concordância muito boa. O erro máximo aproximado encontrado para esta simulação é da ordem de 0,03%.

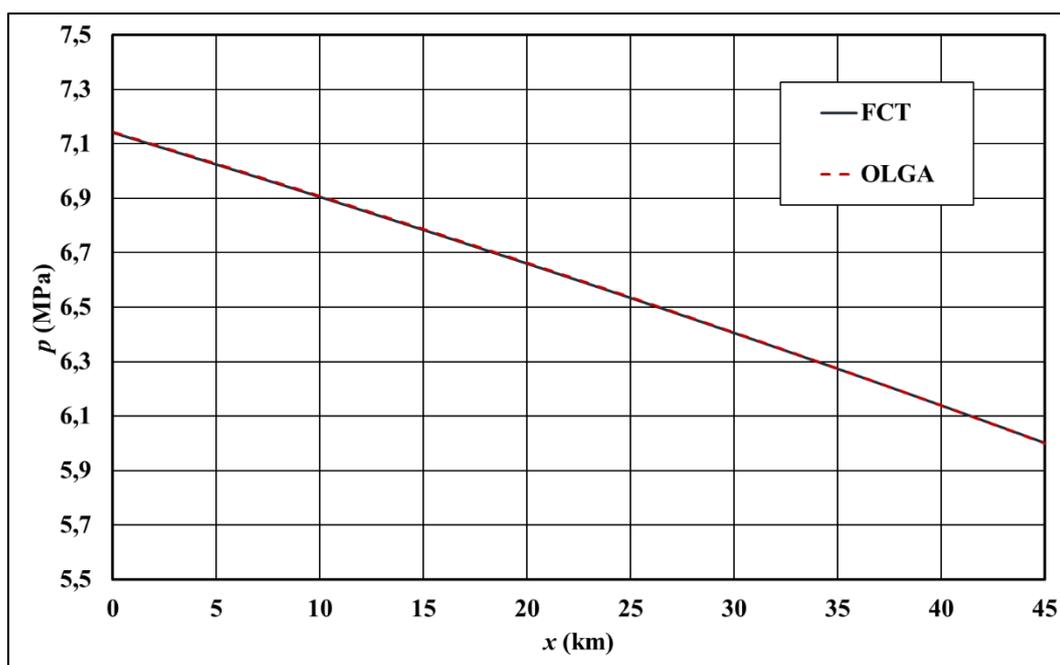


Figura 6.12 – Pressão ao longo do duto em regime permanente comparando o método do FCT com o *software* comercial OLGA para escoamento do fluido tipo A.

As Figuras 6.13 e 6.14 apresentam o comportamento das variáveis dependentes do problema, como pressão, fração volumétrica de líquido e velocidades de gás e líquido para simulação do caso com método FCT para o fluido tipo B. Novamente observa-se o mesmo comportamento físico para as quatro variáveis primitivas, pressão, fração volumétrica de líquido e velocidades de gás e líquido, ao longo do duto. A pressão decai ao longo do duto devido ao atrito. A vazão mássica de cada fluido é constante no regime permanente, assim, a velocidade do gás aumenta devido ao decaimento da pressão. Como o valor para a velocidade do gás imposto no contorno da entrada é maior que o valor do

líquido, o gás acelera o líquido pela interação que se dá entre os fluidos através da interface, fazendo sua velocidade aumentar e a fração volumétrica de líquido diminuir.

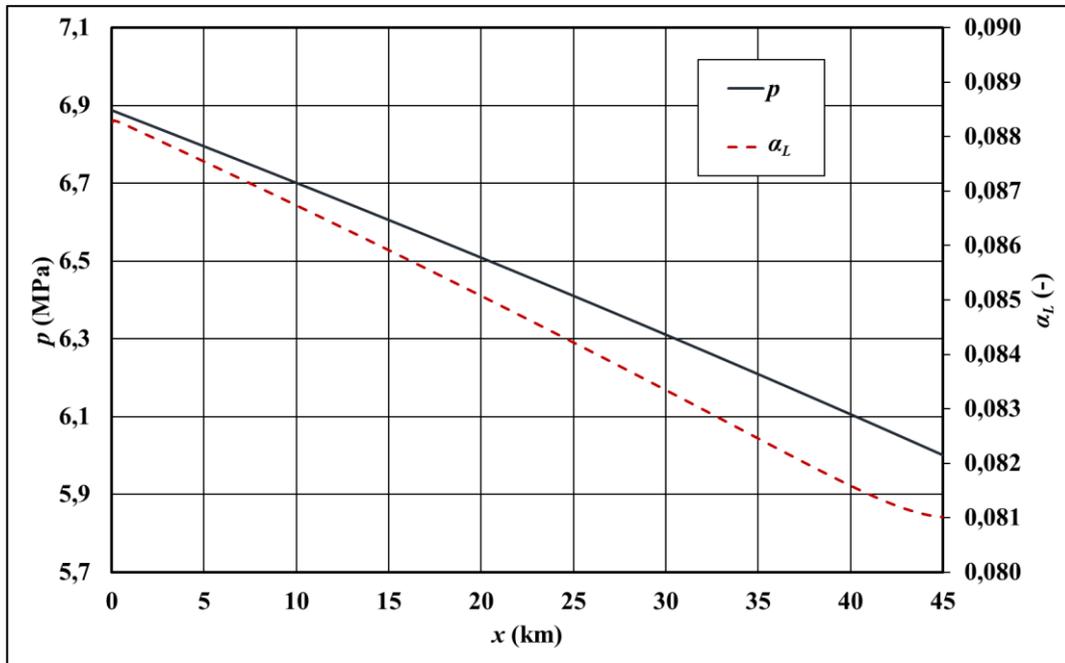


Figura 6.13 – Pressão e fração volumétrica de líquido ao longo do duto em regime permanente para escoamento do fluido tipo B.

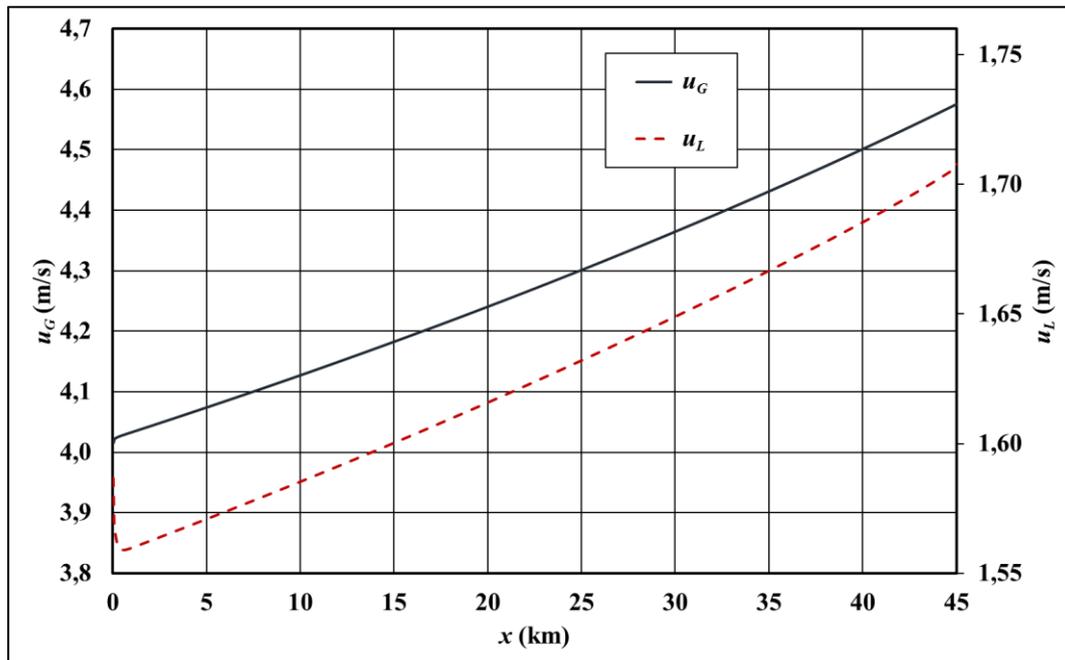


Figura 6.14 – Velocidade de gás e líquido ao longo do duto em regime permanente para escoamento do fluido tipo B.

Por fim, a Figura 6.15 apresenta a comparação do método FCT com o simulador comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2) para o fluido tipo B, utilizando a Tabela 6.8 para fornecer os dados da condição de contorno no OLGA, e mostra o comportamento da pressão ao longo do duto. Como pode ser visto, a concordância muito boa com erro máximo aproximado encontrado para esta simulação é da ordem de 0,14%.

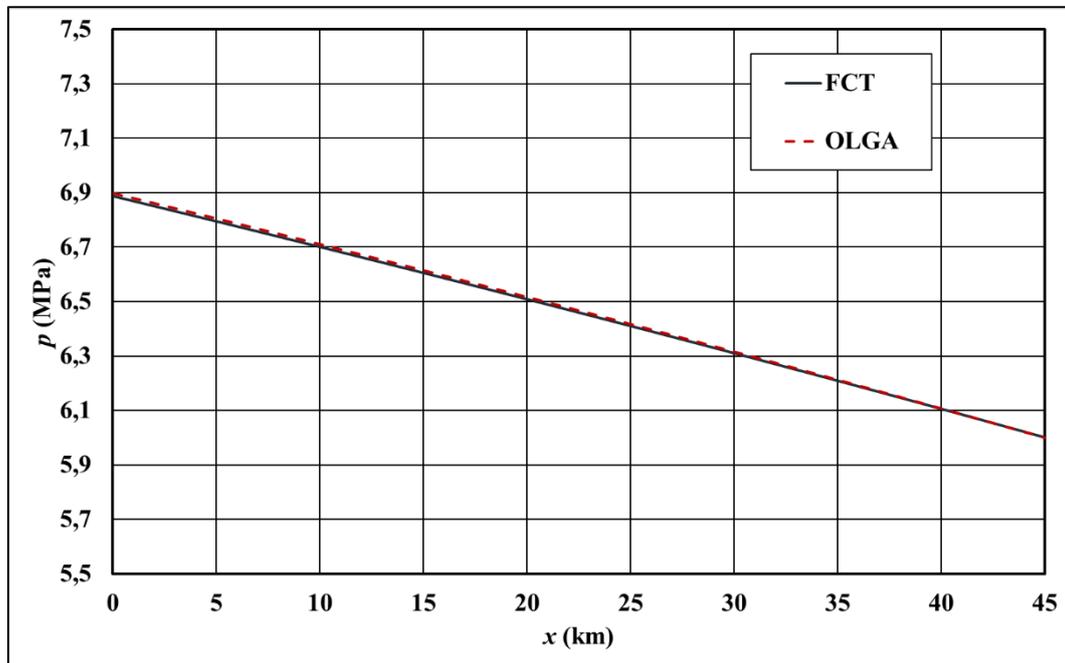


Figura 6.15 – Pressão ao longo do duto em regime permanente comparando o método do FCT com o *software* comercial OLGA para escoamento do fluido tipo B.

## 6.6 Modelo de Dois Fluidos com Método FCT para Escoamento em Regime Transiente

Simulações em regime transiente foram realizadas com o objetivo de validar o modelo numérico para casos com descontinuidade na imposição da condição de contorno, visando ilustrar a capacidade do modelo de acompanhar transiente rápidos.

Para esse estudo foi escolhido como condição inicial o escoamento correspondente ao caso analisado na seção anterior com o fluido tipo A e o método FCT em regime permanente, apresentado nas Figs. 6.10 e 6.11. Após a simulação atingir o regime permanente com as condições iniciais e de contorno da Tabela 6.4, impôs-se uma nova condição de contorno, que representa uma redução abrupta de 50 % na vazão mássica

total do escoamento. Este procedimento caracteriza uma descontinuidade instantânea no tempo e provoca um transiente, até a solução convergir para um novo regime permanente correspondente à nova condição de escoamento. A condição de contorno para a redução de 50 % na vazão mássica total do escoamento é determinada pela tabela abaixo.

Tabela 6.14 – Condições de Contorno representando redução de 50 % na vazão mássica total do escoamento para o método FCT do fluido tipo A.

Fluido Tipo A	Entrada ( $j = 0$ )	Saída ( $j = N + 1$ )
Pressão (Pa)	-	6000353,0
Fração volumétrica de líquido (-)	0,008	-
Velocidade de gás (m/s)	2,65	-
Velocidade de líquido (m/s)	0,57	-

Os resultados mostrados nas Figuras 6.16 – 6.19 representam as diferentes curvas no tempo para todas as quatro variáveis dependentes calculadas ao longo do duto. Com o intuito de mostrar o comportamento transiente da simulação, foram escolhidos tempos muito próximos ao momento em que a nova condição de contorno é imposta. Para escolher esses tempos, foi necessário calcular o tempo de propagação da onda de perturbação causada pela redução de vazão na entrada do duto, que corresponde ao tempo para percorrer todo o duto da entrada para a saída, e voltar para a entrada. Assim, pode-se observar o comportamento das variáveis em quatro diferentes instantes de tempos: o instante que a nova condição de contorno é prescrita; um instante intermediário menor que o intervalo de tempo que a onda leva para percorrer o duto da entrada para a saída, outro instante de tempo que representa um momento em que a onda esteja voltando da saída para a entrada, e o tempo final de simulação, com resultado convergido para o regime permanente correspondente à nova condição de contorno. O cálculo do tempo que a onda leva para percorrer todo o duto, indo e voltando, é

$$\tau = \frac{2L}{c}, \quad (6.5)$$

onde  $L$  é o comprimento do duto e  $c$  é a velocidade do som no escoamento bifásico.

As Figuras 6.16 – 6.19 apresentam o comportamento das variáveis dependentes do problema, como pressão, fração volumétrica de líquido e velocidades de gás e líquido, comparando os instantes de tempo que correspondem ao regime permanente como os instantes intermediários que correspondem ao regime transiente. Para todos os instantes de tempo observa-se o mesmo comportamento físico para as quatro variáveis primitivas, pressão, fração volumétrica de líquido e velocidades de gás e líquido, ao longo do duto. A pressão decai ao longo do duto devido ao atrito. A vazão mássica de cada fluido é constante no regime permanente, assim, a velocidade do gás aumenta devido ao decaimento da pressão. Como o valor para a velocidade do gás imposto no contorno da entrada é maior que o valor do líquido, o gás acelera o líquido pela interação que se dá entre os fluidos através da interface, fazendo sua velocidade aumentar e a fração volumétrica de líquido diminuir.

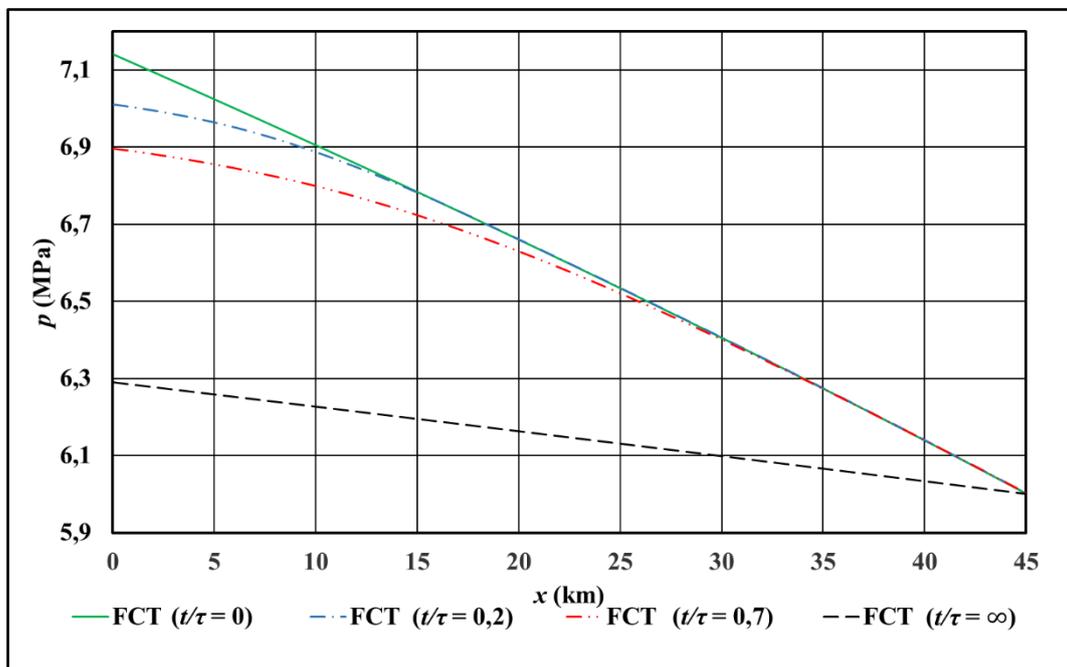


Figura 6.16 – Pressão ao longo do duto para escoamento em regime transiente com método FCT e fluido tipo A.

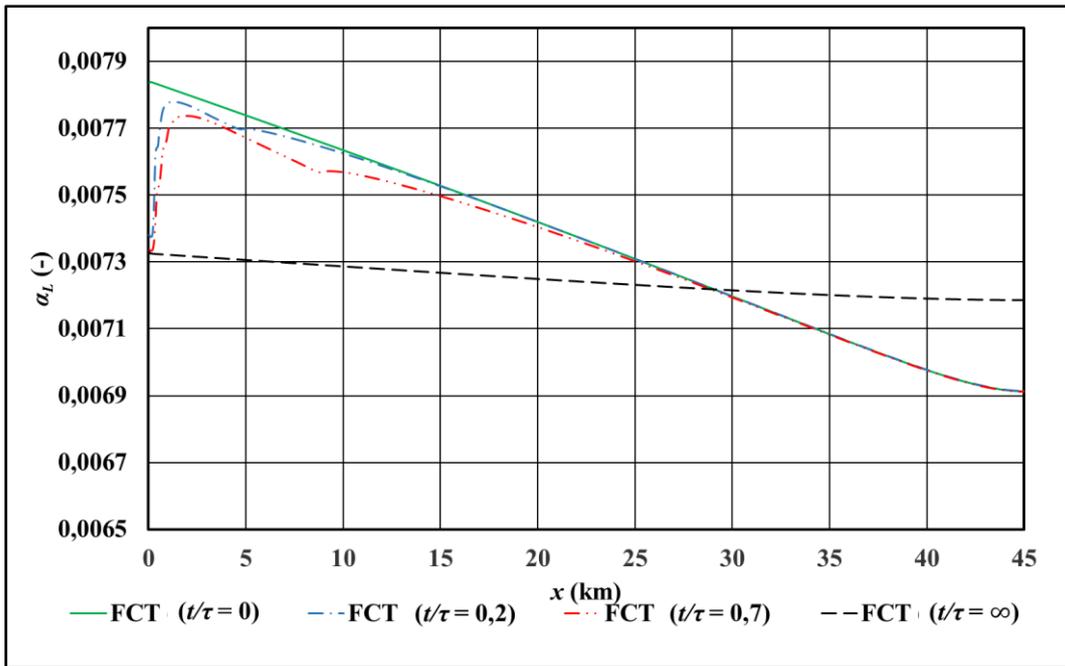


Figura 6.17 – Fração volumétrica de líquido ao longo do duto para escoamento em regime transiente com método FCT e fluido tipo A.

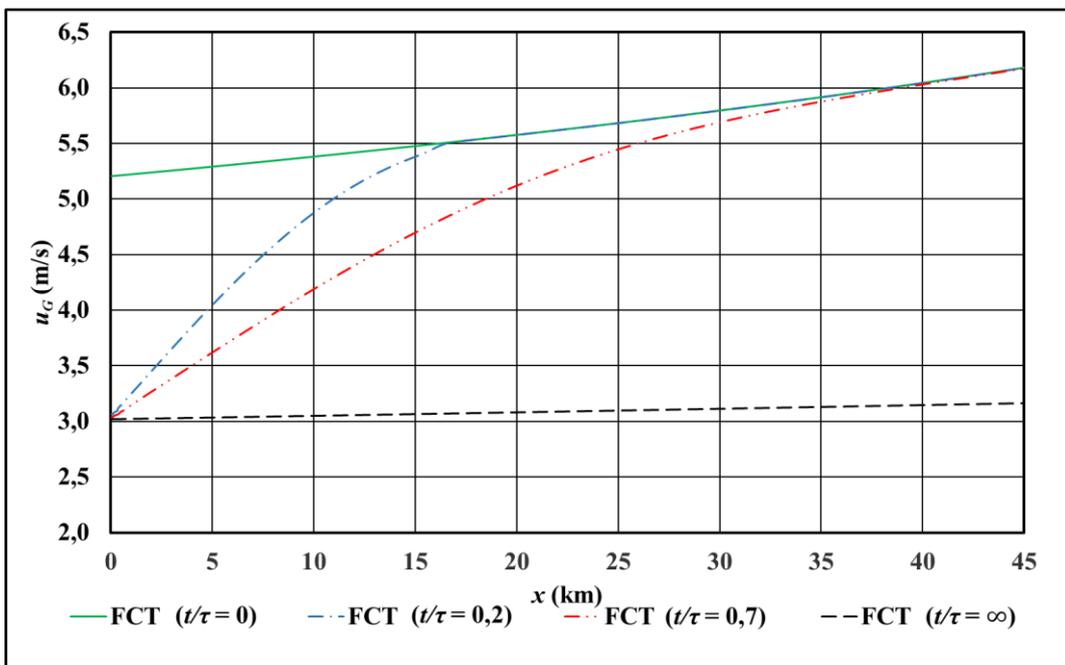


Figura 6.18 – Velocidade de gás ao longo do duto para escoamento em regime transiente com método FCT e fluido tipo A.

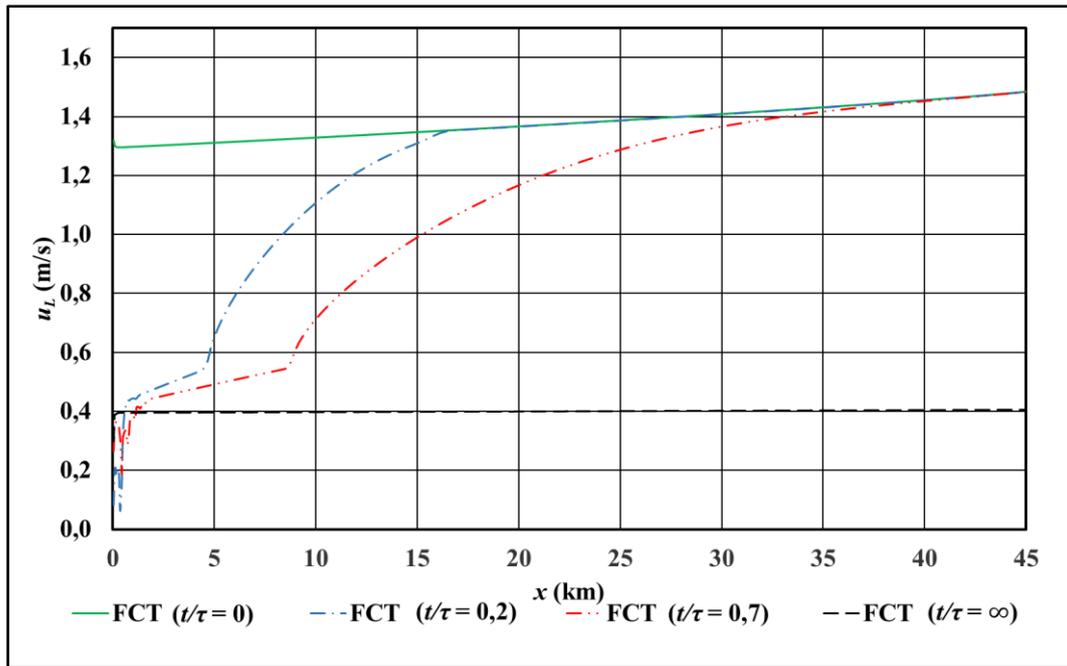


Figura 6.19 – Velocidade de líquido ao longo do duto para escoamento em regime transiente com método FCT e fluido tipo A.

Os resultados de escoamento em regime transiente com o método FCT foram comparados aos resultados obtidos com o simulador OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2) e estão mostrados nas Figuras 6.20 – 6.23. No OLGA, como no método FCT, a condição de contorno foi alterada após o caso atingir o regime permanente apenas na entrada do duto, reduzindo a vazão mássica total para 25 kg/s.

Pode-se constatar que os resultados obtidos com o FCT apresentaram uma boa concordância com os resultados obtidos com OLGA. O erro máximo aproximado encontrado para esta simulação é da ordem de 2,6% na fração volumétrica de líquido. Algumas diferenças nos resultados são justificadas pelos diferentes modelos matemáticos e métodos numéricos utilizados nas simulações. Além disso, o OLGA trata as propriedades dos fluidos como propriedades dependentes da pressão e temperatura, o que não acontece com a formulação do FCT, que as trata como constantes.

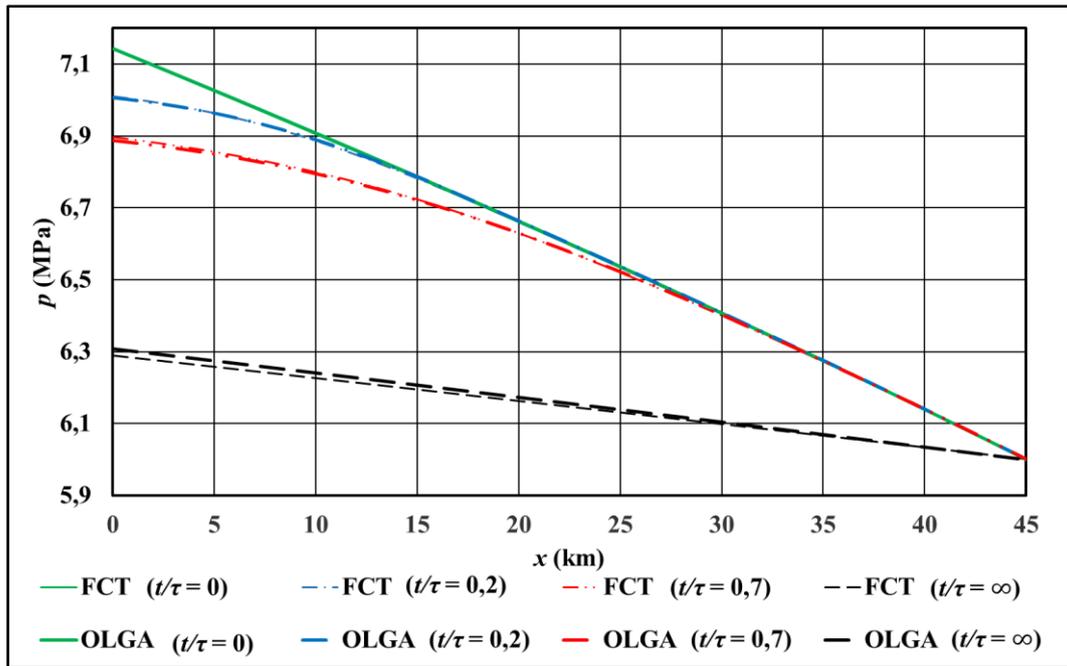


Figura 6.20 – Pressão ao longo do duto para escoamento em regime transiente comparando o método do FCT com o *software* comercial OLGA para o fluido tipo A.

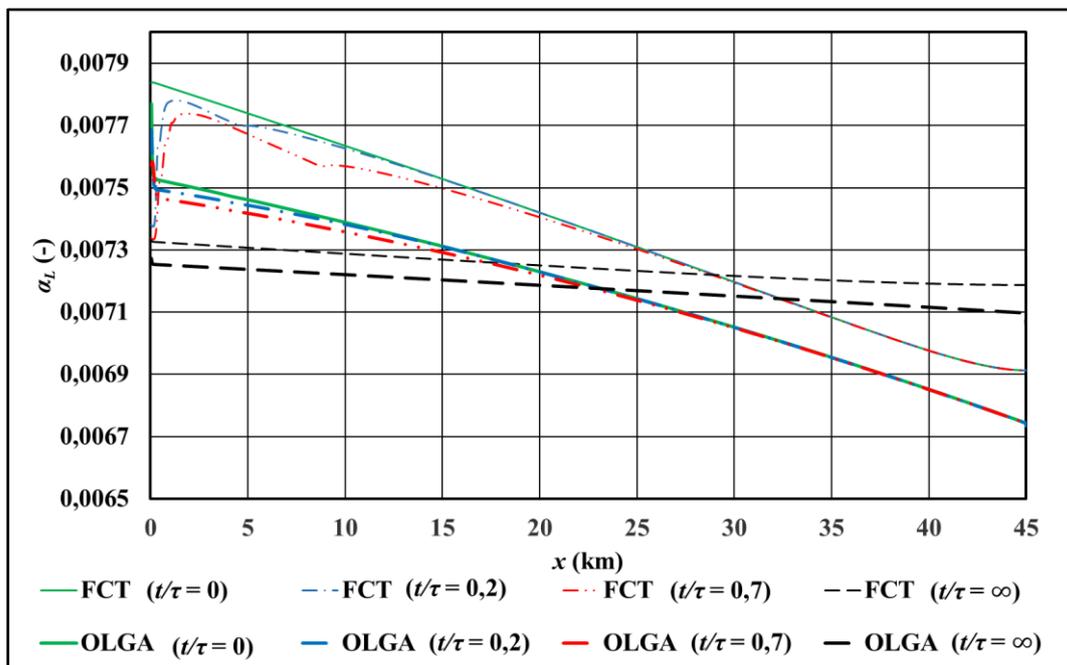


Figura 6.21 – Fração volumétrica de líquido ao longo do duto para escoamento em regime transiente comparando o método do FCT com o *software* comercial OLGA para o fluido tipo A.

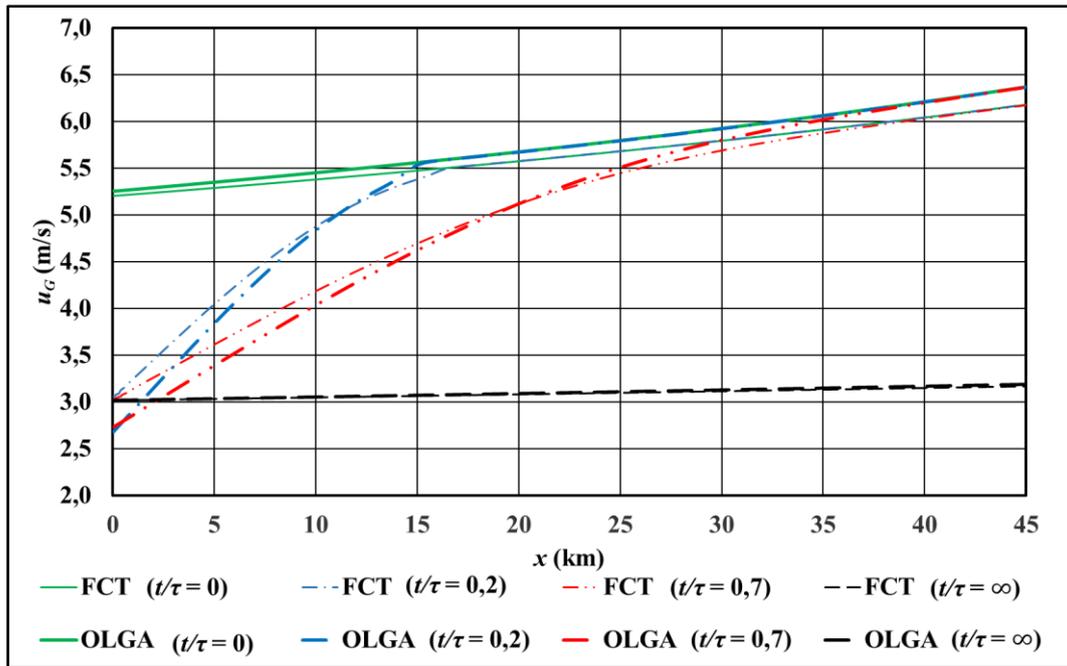


Figura 6.22 – Velocidade de gás ao longo do duto para escoamento em regime transiente comparando o método do FCT com o *software* comercial OLGA para o fluido tipo A.

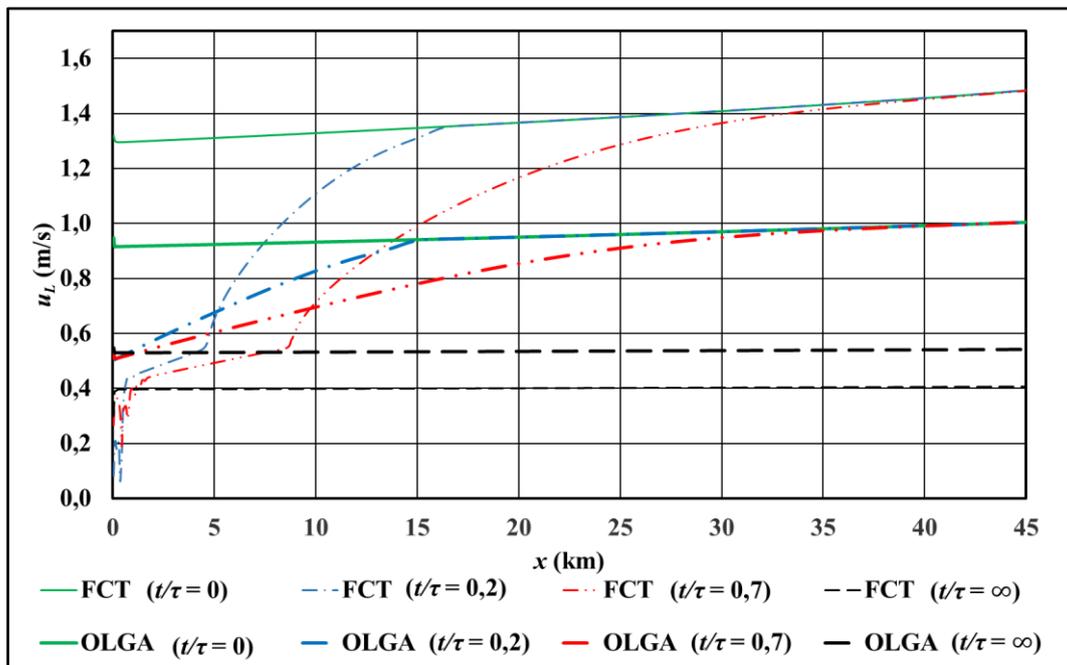


Figura 6.23 – Velocidade de líquido ao longo do duto para escoamento em regime transiente comparando o método do FCT com o *software* comercial OLGA para o fluido tipo A.

Observa-se nestes resultados o comportamento do escoamento imediatamente antes da nova imposição de condição de contorno (resultado para o regime permanente com condições iniciais e de contorno conforme a Tabela 6.4) representado pela curva  $t/\tau = 0$ . As curvas intermediárias ( $t/\tau = 0,2$  e  $t/\tau = 0,7$ ) representam o escoamento em regime transiente devido à imposição da condição de contorno apresentada na Tabela 6.14. Pode-se observar, também, a curva ( $t/\tau = \infty$ ) para os resultados convergidos com a nova imposição de condição de contorno (resultado para o regime permanente com a condição de vazão reduzida).

Os resultados referentes à mudança instantânea da condição de contorno foram divididos em dois grupos. Um grupo, apresenta o resultado para um tempo escolhido dentro do intervalo definido por  $t/\tau < 0,5$ , corresponde o tempo  $t = 0,5\tau$ , representa o intervalo de tempo que a onda leva percorrer todo o domínio, ou seja, sem interferência do contorno de saída ( $x = L$ ) no comportamento da onda. Porém, o outro grupo mostra o resultado para tempo posterior ao primeiro grupo ( $[\tau = L/a < t < \tau = 2L/a]$ ), ou seja, representa o resultado para o escoamento transiente que já sofreu interferência da reflexão da onda no contorno de saída do duto.

O método numérico FCT foi comparado com o simulador comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2) e os resultados, para todas as variáveis de interesse do escoamento foram muito similares, expressando o mesmo comportamento físico. Os resultados indicam que o método FCT apresenta menos difusão numérica que os resultados do OLGA.

## **6.7 Vazamento Gerado com Modelo de Dois Fluidos e o Método Numérico FCT**

O vazamento gerado no escoamento bifásico isotérmico, de padrão estratificado, em um duto horizontal, foi simulado com o método do FCT para ambos os fluidos (tipo A e tipo B). A magnitude do vazamento foi especificada com base em um percentual da vazão mássica total. Para mostrar o comportamento de cada variável dependente do escoamento, foi escolhido um vazamento que representa 10 % da vazão mássica total que se encontra no meio duto.

Para obter os resultados de vazamento com o método FCT é necessário, na implementação do código em linguagem FORTRAN (INTEL), fornecer as informações

de configuração do duto, propriedades de fluido, dados para condição inicial e de contorno, e selecionar os fatores de atrito de parede e interfacial conforme as Tabelas 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5 (o mesmo procedimento para gerar os casos de escoamento bifásico em regime permanente). Para caracterizar o vazamento no duto, é preciso apenas especificar a posição do vazamento no duto e o diâmetro de furo correspondente ao vazamento requerido.

As Figuras 6.24 e 6.25 apresentam o comportamento das variáveis de pressão, fração volumétrica de líquido e velocidades de gás e líquido para simulação de um vazamento posicionado no meio do duto, com magnitude correspondente a 10% da vazão nominal do escoamento com método FCT para o fluido tipo A.

O comportamento físico das variáveis primitivas do escoamento com vazamento é observado nas Figuras 6.24 e 6.25. Os gradientes de pressão são diferentes antes e depois do vazamento, porque a pressão diminui no ponto do vazamento devido à perda de massa para o vazamento e, a pressão na saída do duto é fixada fazendo o gradiente de pressão decair após o vazamento. Considerando o escoamento predominantemente gasoso, a fração volumétrica de líquido aumenta no vazamento mostrando que vaza mais gás que líquido. Como há perda de massa no ponto do vazamento, as velocidades de gás e líquido diminuem neste ponto.

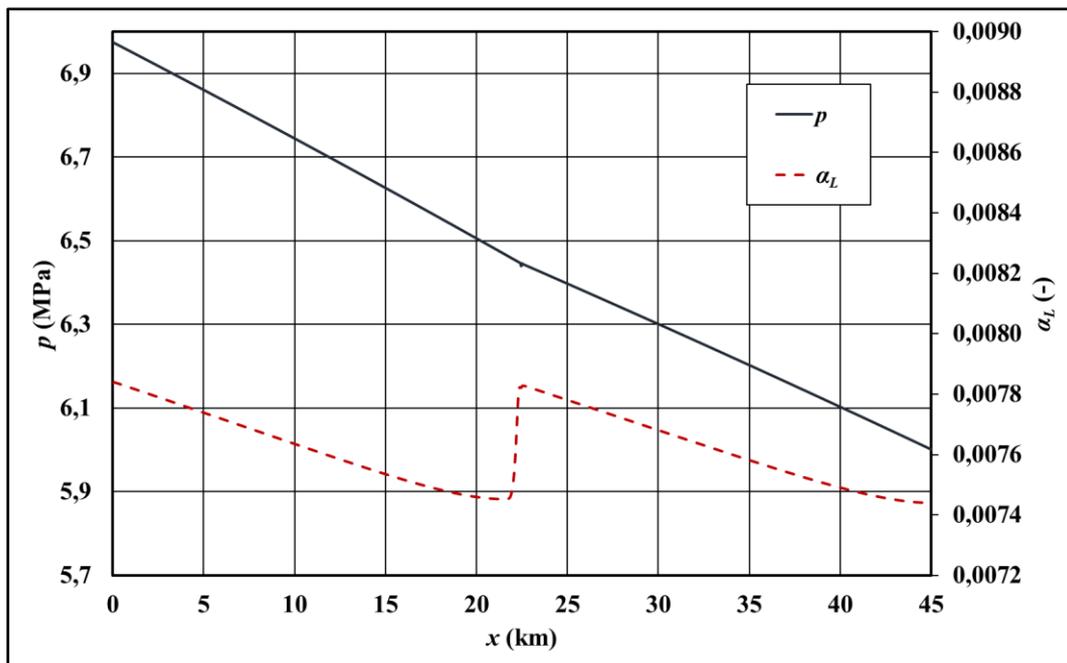


Figura 6.24 – Pressão e fração volumétrica de líquido ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% para escoamento do fluido tipo A.

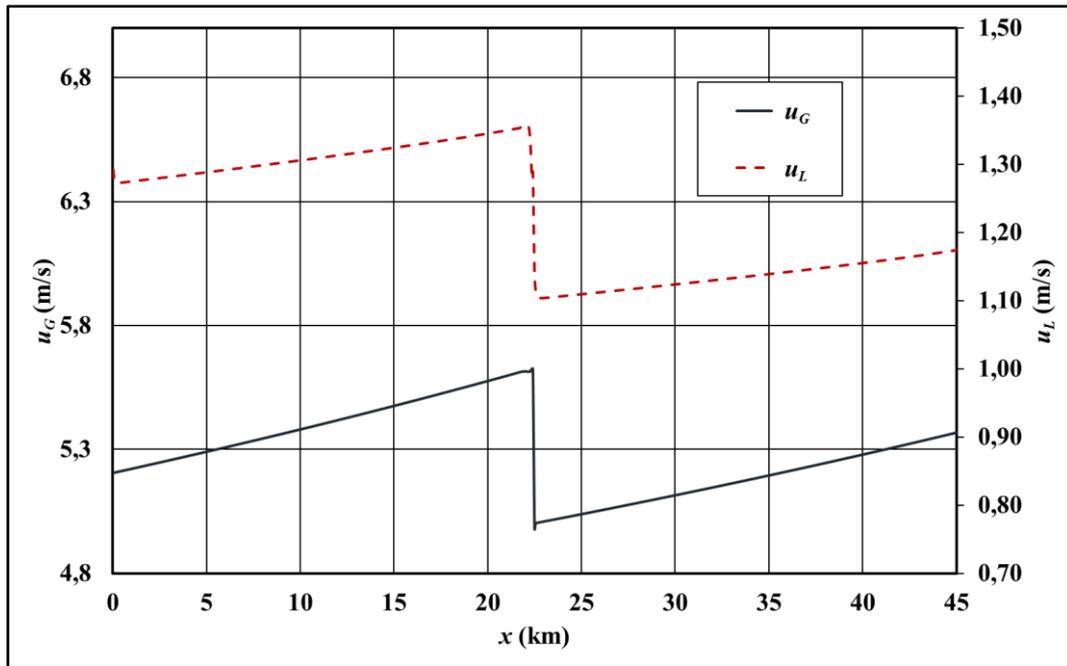


Figura 6.25 – Velocidade de gás e de líquido ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% para escoamento do fluido tipo A.

Para comparar o método FCT com o simulador comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2), utilizou-se a Tabela 6.8 como condição de contorno e um módulo de vazamento, que apenas requer informação da posição do vazamento e diâmetro de furo correspondente a magnitude do vazamento no OLGA. A Figura 6.26, apresenta esta comparação através do comportamento da pressão. Conforme pode ser visto na figura, observa-se uma boa concordância com erro máximo aproximado encontrado para esta simulação na ordem de 0,9%.

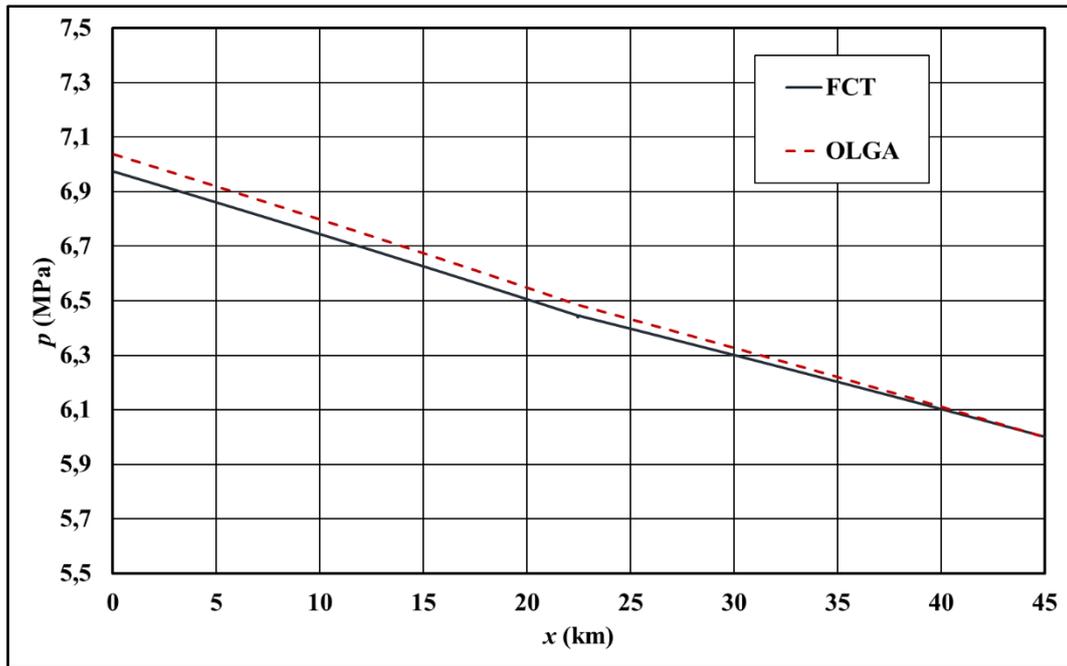


Figura 6.26 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o simulador comercial OLGA com o método FCT para escoamento do fluido tipo A.

O mesmo vazamento apresentado para o caso de fluido tipo A, vazamento no meio do duto com magnitude de 10% da vazão nominal, foi simulado com o fluido tipo B. O comportamento das variáveis de pressão, fração volumétrica de líquido e velocidades de gás e líquido foi analisado para o fluido tipo B e mostrado nas Figuras 6.27 e 6.28. Novamente pode-se observar o mesmo comportamento físico das variáveis primitivas do escoamento com vazamento nas Figuras 6.24 e 6.25. Os gradientes de pressão são diferentes antes e depois do vazamento, porque a pressão diminui no ponto do vazamento devido à perda de massa para o vazamento e, a pressão na saída do duto é fixada fazendo o gradiente de pressão decair após o vazamento. Considerando o escoamento predominantemente gasoso, a fração volumétrica de líquido aumenta no vazamento mostrando que vaza mais gás que líquido. Como há perda de massa no ponto do vazamento, as velocidades de gás e líquido diminuem neste ponto.

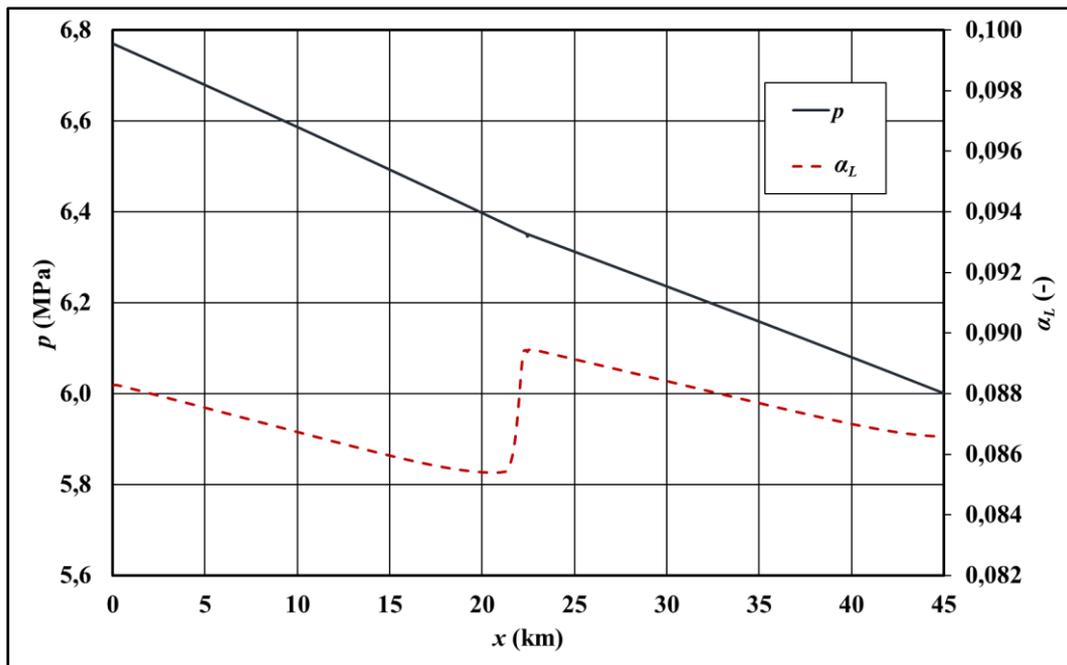


Figura 6.27 – Pressão e fração volumétrica de líquido ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% para escoamento do fluido tipo B.

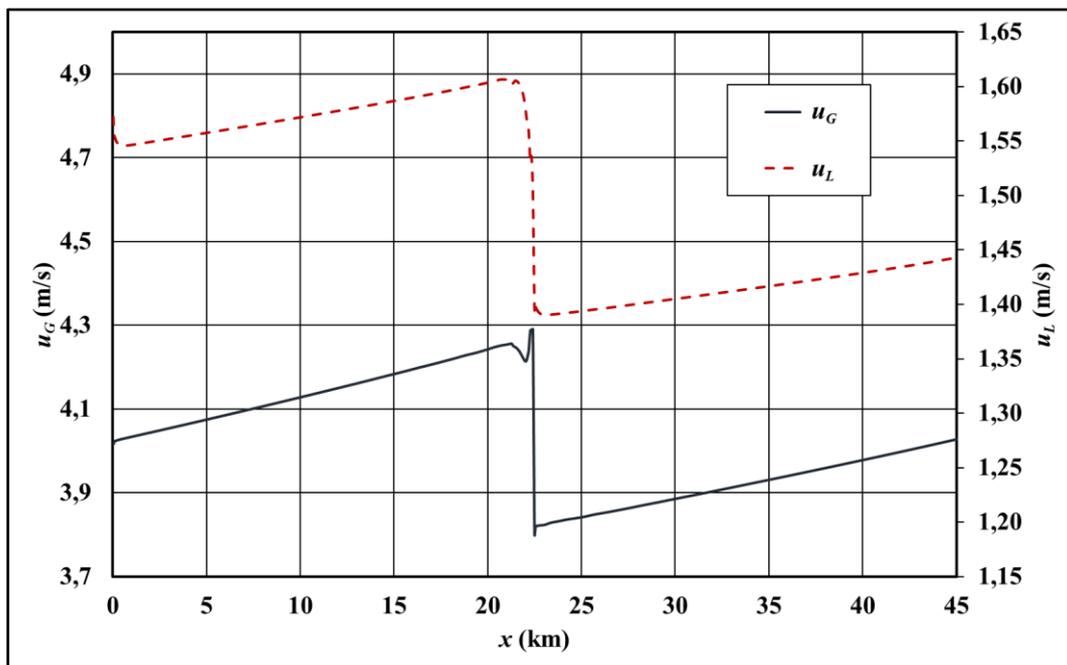


Figura 6.28 – Velocidade de gás e de líquido ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% para escoamento do fluido tipo B.

Para o fluido tipo B, também foi realizada uma comparação do método FCT com o simulador comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2). Ambos os simuladores geram resultado para o mesmo caso físico, porém cada um com suas condições iniciais e de contorno necessárias em cada simulador. A Figura 6.29, apresenta esta comparação através do comportamento da variável dependente pressão apresentando uma boa concordância entre os resultados, com erro máximo aproximado encontrado para esta simulação na ordem de 0,8%.

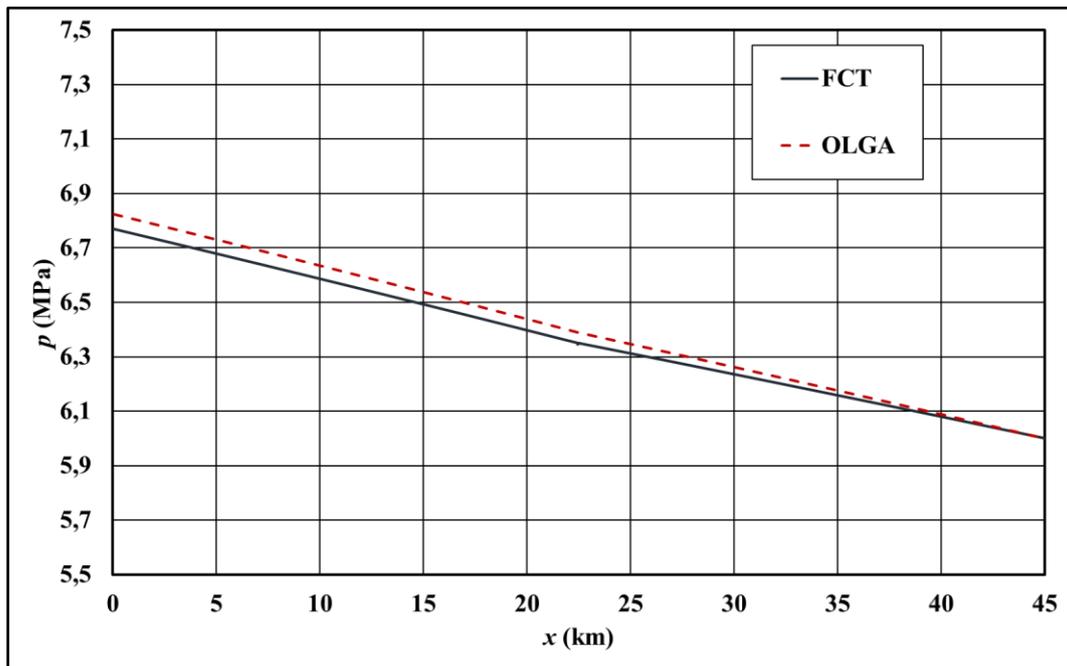


Figura 6.29 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o simulador comercial OLGA com o método FCT para escoamento do fluido tipo B.

Observando os resultados para o vazamento localizado no meio do duto com magnitude de 10%, para ambos os tipos de fluido (tipo A e B), as curvas de pressão ao longo do duto apresentam um ponto de descontinuidade no gradiente de pressão na posição do vazamento. As outras três variáveis analisadas (fração volumétrica de líquido e velocidade de gás e líquido) apresentam uma descontinuidade nas respectivas grandezas (e não em seus gradientes) no ponto do vazamento no duto.

Pelo fato de que o algoritmo de localização de vazamento é baseado no comportamento de distribuição de pressão, a comparação com o *software* OLGA

(SCHLUMBERGER, Versão 2014.2) foi realizada apenas para a pressão. Nota-se que, para os fluidos tipo A e B, a curva de pressão apresentou o mesmo comportamento físico, com valores muito similares para o escoamento em ambos os fluidos. Assim, considera-se que os resultados para a simulação do escoamento com o método FCT foram validadas com êxito também, para os casos com vazamento. Devido ao uso de modelos matemáticos e métodos numéricos diferentes em cada simulador, espera-se que as comparações entre os simuladores contenham pequenas diferenças nos resultados.

## **6.8 Modelo de Localização de Vazamento**

### **6.8.1 Validação da Estratégia de Localização de Vazamento**

Antes de se estudar a estratégia de localização proposta nesta tese os casos com vazamento precisam ser gerados, como descrito na seção anterior. Em seguida, a estratégia de localização de vazamento é aplicada aos casos com vazamento (já com o regime permanente estabelecido), para ambos os tipos de fluido (A e B).

Primeiramente, os casos de vazamento foram simulados utilizando-se informações de configuração do duto, propriedades de fluido, dados para condição inicial e de contorno, e fatores de atrito de parede e interfacial fornecidas pelas Tabelas 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5, e as posições de vazamento no duto e os diâmetros de furo correspondentes aos vazamentos definidos em cada caso.

Os casos de vazamento foram gerados para três diferentes posições com o objetivo de entender como os contornos podem influenciar na localização. Para a análise do efeito de magnitude de vazamento, foram escolhidos três diferentes valores para representar o percentual da vazão nominal do escoamento. Para cada fluido (tipo A e B) foram definidas três posições de vazamento, uma próxima à entrada, uma no meio e outra próxima à saída do duto. As magnitudes do vazamento são 1%, 5% e 10% da vazão mássica total para cada uma das três posições com cada fluido.

As Figuras 6.30 – 6.32 apresentam o comportamento da variável pressão, para as simulações de todos os casos de vazamento já definidos, do menor para o maior vazamento. Pode-se observar que quanto o maior vazamento, mais evidente fica a diferença entre os gradientes de pressão antes e depois do vazamento, porque o maior vazamento perde mais massa, assim, a pressão no ponto do vazamento fica cada vez

menor para vazamentos cada vez maiores, aumentando a diferença entre os gradientes. Nota-se também, que a posição do vazamento no duto influencia na pressão calculada na entrada, quanto mais próximo o vazamento está da saída do duto, maior é a pressão calculada na entrada, lembrando que a pressão é sempre fixada na saída do duto.

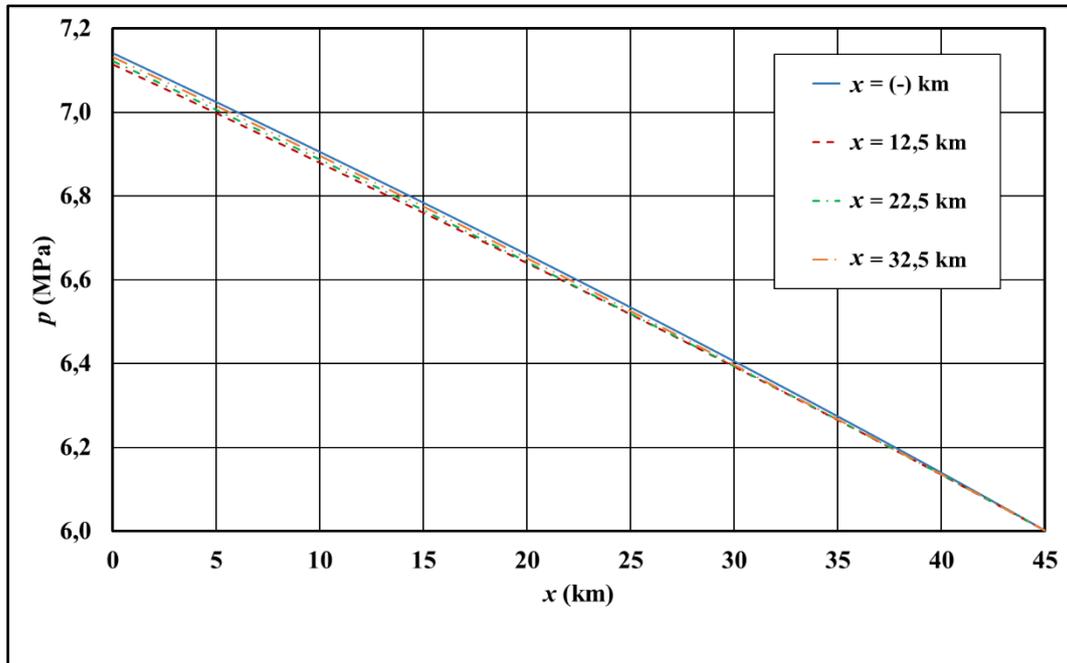


Figura 6.30 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 1% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo A

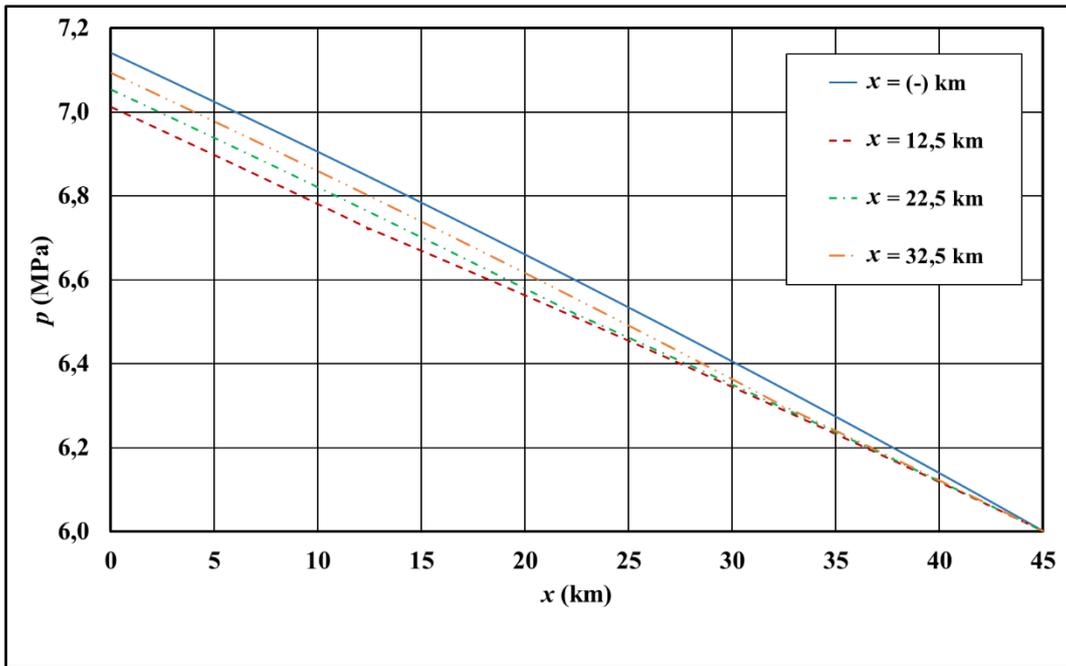


Figura 6.31 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 5% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo A.

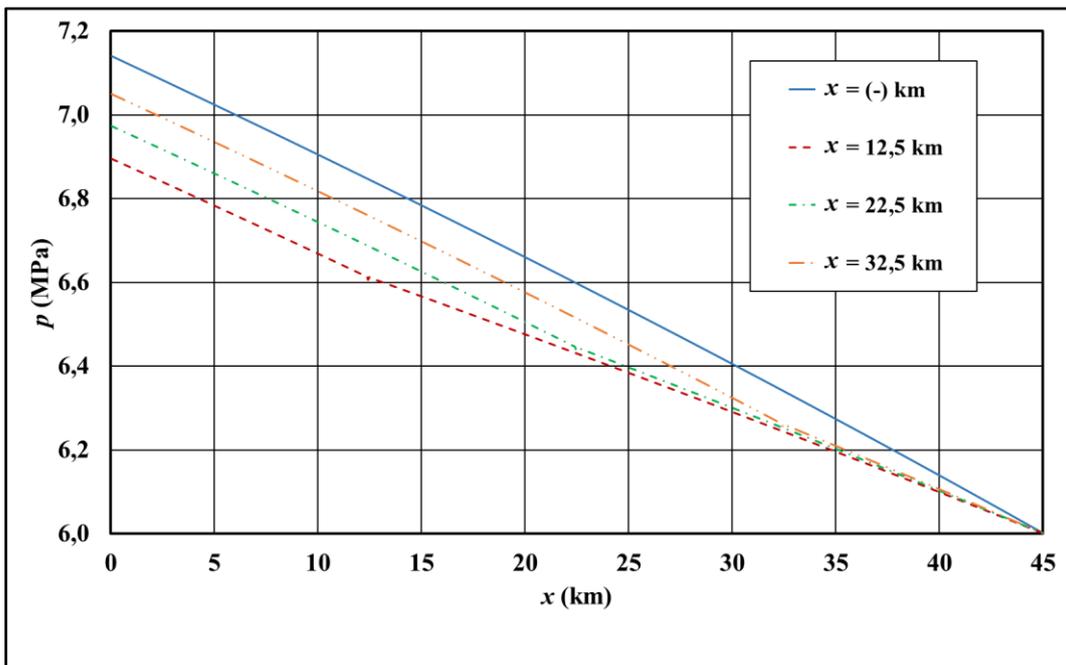


Figura 6.32 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 10% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo A.

Nas Figuras 6.33 – 6.35 pode-se observar o escoamento com método FCT para o fluido tipo B, e o comportamento da variável pressão é apresentado para as simulações de todos os casos de vazamento já definidos. Novamente pode-se observar o mesmo comportamento, quanto o maior vazamento, mais evidente fica a diferença entre os gradientes de pressão antes e depois do vazamento, porque o maior vazamento perde mais massa, assim, a pressão no ponto do vazamento fica cada vez menor para vazamentos cada vez maiores, aumentando a diferença entre os gradientes. Nota-se também, que a posição do vazamento no duto influencia na pressão calculada na entrada, quanto mais próximo o vazamento está da saída do duto, maior é a pressão calculada na entrada, lembrando que a pressão é sempre fixada na saída do duto.

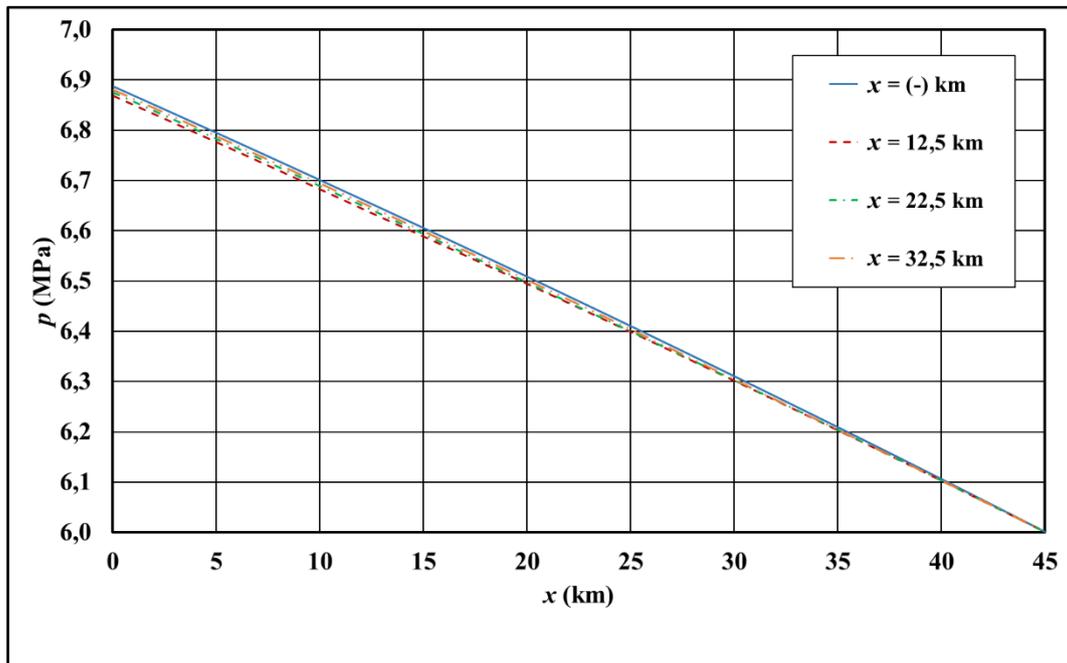


Figura 6.33 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 1% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo B.

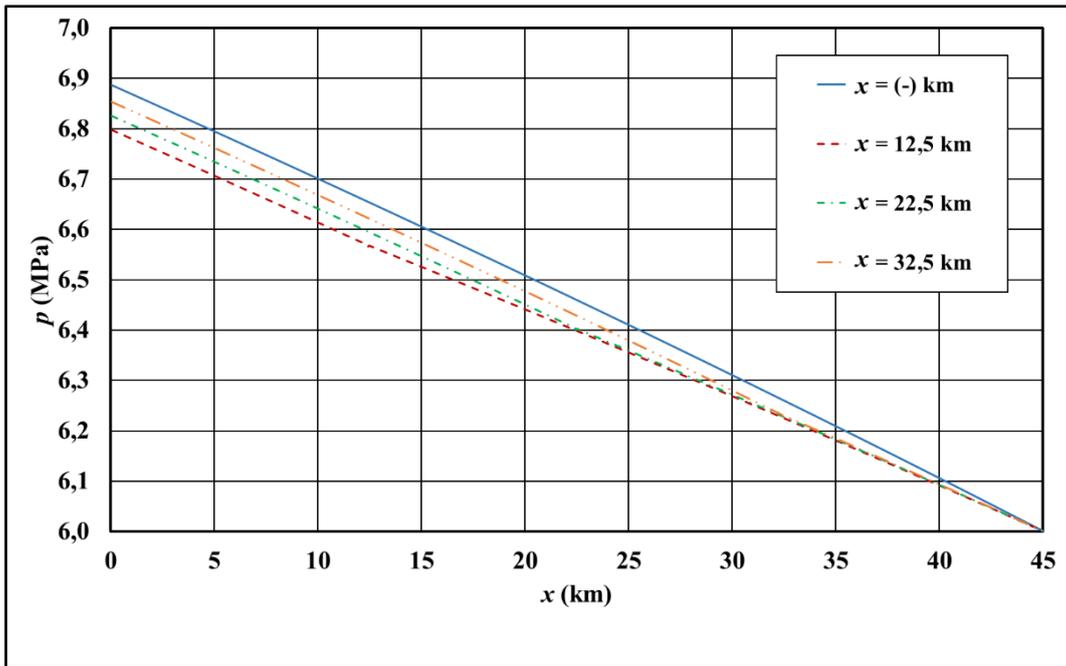


Figura 6.34 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 5% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo B.

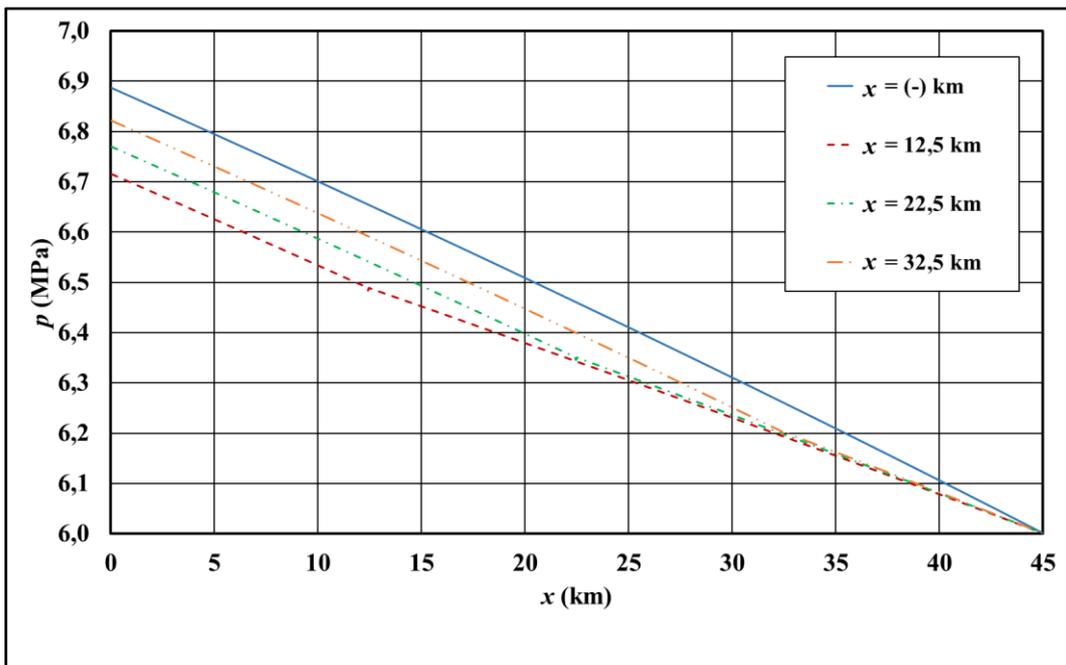


Figura 6.35 – Pressão ao longo do duto comparando o caso sem vazamento com os casos de vazamento para magnitude de 10% da vazão do escoamento nas três posições do duto para o fluido tipo B.

Os resultados de vazamento, em ambos os tipos de fluido (tipo A e B), mostram como as diferentes magnitudes de vazamento influenciam as curvas de pressão ao longo do duto. As diferenças na distribuição de pressão conforme a magnitude do vazamento varia. Tornam o ponto de mudança no gradiente de pressão mais visível com o aumento do vazamento. Por outro lado, para a mesma magnitude de vazamento, obtêm-se um resultado de pressão diferente para cada posição. Conforme a magnitude do vazamento aumenta e o ponto de vazamento se distancia da entrada, a pressão calculada na entrada é menor, alterando o gradiente de pressão na entrada do duto.

Conhecendo todos os casos simulados com o método numérico FCT para os vazamentos estudados nesta tese, a estratégia de localização de vazamento pode ser aplicada em cada caso. Um caso de vazamento foi selecionado, com vazamento representando 10% da vazão mássica total do escoamento e posicionado no meio do duto, para demonstrar como o método desenvolvido para localizar o vazamento funciona em ambos os tipos de fluido (A e B), conforme ilustrado nas Figuras 6.36 e 6.37.

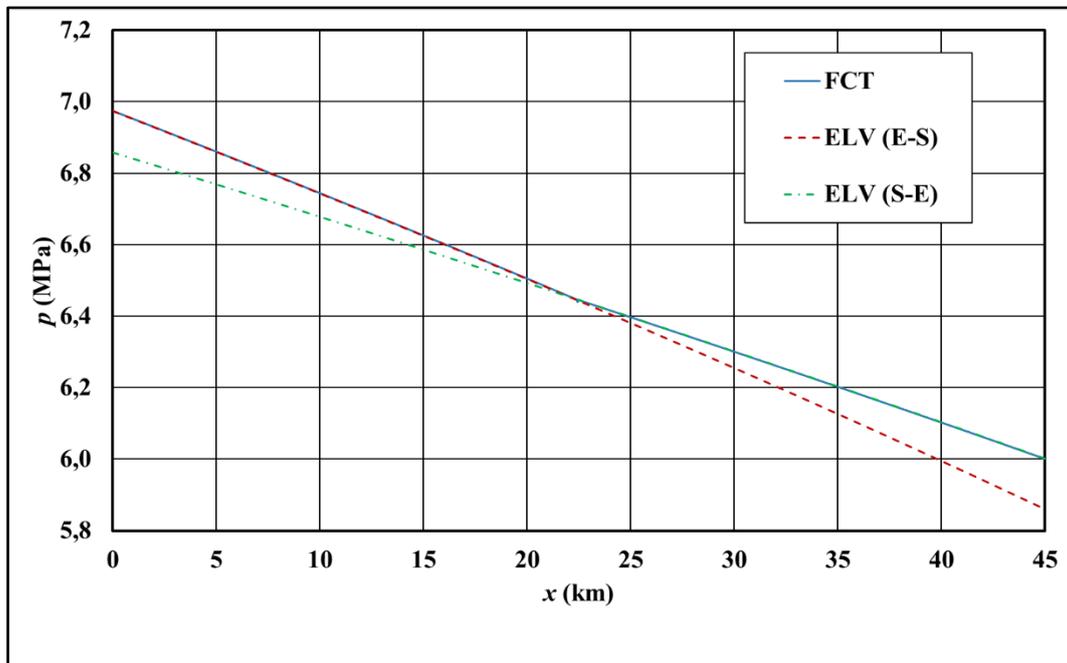


Figura 6.36 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o método FCT com a estratégia de localização de vazamento para escoamento do fluido tipo A.

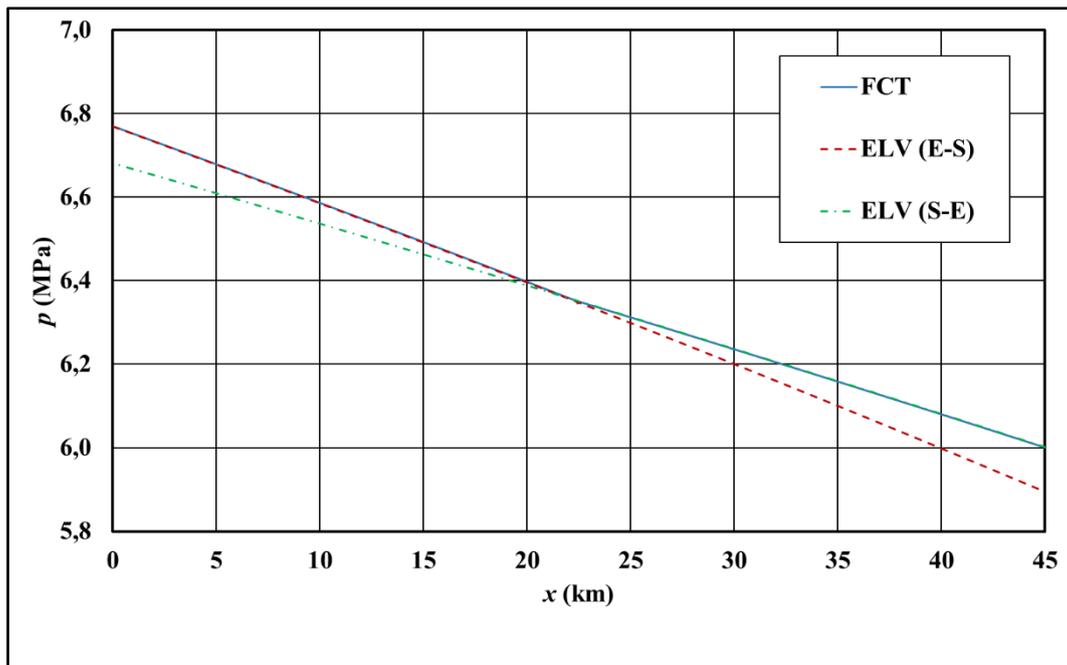


Figura 6.37 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o método FCT com a estratégia de localização de vazamento para escoamento do fluido tipo B.

Os resultados para os dois tipos de fluido foram satisfatórios, representando muito bem o caso de vazamento escolhido. O vazamento gerado com o método numérico FCT, representado pela curva azul, mostra claramente o ponto de mudança na inclinação da curva de distribuição de pressão na posição do vazamento. O resultado para a estratégia de localização é representado por duas curvas. A primeira curva, chamada ELV (E-S) ("Estratégia de Localização de Vazamento da Entrada para a Saída"), é obtida gerando os resultados com as condições de contorno na entrada do duto. A segunda curva, chamada ELV (S-E) ("Estratégia de Localização de Vazamento da Saída para a Entrada"), impõem as condições de contorno na saída do duto, isto é, a posição inicial da simulação é 45 km, e a final é 0km.

Aplicando a estratégia de localização de vazamento desenvolvida neste trabalho, o vazamento é localizado através da identificação do ponto de intersecção entre as curvas ELV (S-E) e ELV (E-S). O estudo para determinar a localização do vazamento foi realizado em ambos os tipos de fluido (A e B), com três diferentes posições (próximo à entrada, meio e próximo à saída do duto) e com três magnitudes de vazamento (1%, 5%

e 10% da vazão mássica total do escoamento). Os resultados encontram-se apresentados nas Tabelas 6.15 – 6.20.

Tabela 6.15 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 1% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.

	Posição do FCT (m)	Posição da ELV (m)	Erro de localização (%)
Posição 1	12.500	11.385	2,48
Posição 2	22.500	20.475	4,50
Posição 3	32.500	29.475	6,72

Tabela 6.16 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 5% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.

	Posição do FCT (m)	Posição da ELV (m)	Erro de localização (%)
Posição 1	12.150	12.195	0,78
Posição 2	22.500	22.005	1,10
Posição 3	32.500	31.815	1,52

Tabela 6.17 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.

	Posição do FCT (m)	Posição da ELV (m)	Erro de localização (%)
Posição 1	12.500	12.240	0,58
Posição 2	22.500	22.230	0,60
Posição 3	32.500	32.085	0,92

Tabela 6.18 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 1% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.

	Posição do FCT (m)	Posição da ELV (m)	Erro de localização (%)
Posição 1	12.500	9.495	6,68
Posição 2	22.500	18.540	8,80
Posição 3	32.500	27.270	11,62

Tabela 6.19 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 5% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.

	Posição do FCT (m)	Posição da ELV (m)	Erro de localização (%)
Posição 1	12.500	11.700	1,78
Posição 2	22.500	21.510	2,20
Posição 3	32.500	31.230	2,82

Tabela 6.20 – Estratégia de localização de vazamento para vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.

	Posição do FCT (m)	Posição da ELV (m)	Erro de localização (%)
Posição 1	12.500	12.015	1,08
Posição 2	22.500	21.915	1,30
Posição 3	32.500	31.815	1,52

Comparando os resultados entre os dois tipos de fluido (A e B), pode-se perceber que, para o fluido de pouco líquido (o fluido tipo A), o resultado da localização de vazamento apresenta um erro relativo menor na posição do vazamento, quando comparado com o fluido tipo B. Estas diferenças de erro relativo nos resultados de localização de vazamento se devem às diferentes propriedades físicas, e distintas condições de escoamento impostas para cada caso, representando escoamentos independentes.

Outra observação importante pode ser feita quando se avalia o efeito de posição do vazamento no duto sobre o erro de localização. Os resultados indicam que, conforme o vazamento se afasta da entrada do duto (posição onde a pressão é calculada e encontrar-se seu maior valor), o erro de localização aumenta. Em outras palavras, quanto mais próximo à entrada do duto, menor será o erro encontrado para localizar o vazamento.

Finalmente, observa-se o resultado intuitivo de que, quanto maior o vazamento, menor será o erro de localização do vazamento. Comparando os casos extremos de 1% e 10%, percebe-se que o erro associado à localização sofre grande influência da magnitude, podendo obter resultados muito grosseiros para vazamentos considerados pequenos, e resultados bem mais precisos para vazamentos considerados grandes.

Com base nos casos estudados para os fluidos A e B, pode-se concluir que os erros na localização do ponto de vazamento no duto aumentam à medida que a magnitude do

vazamento diminui, e o vazamento se localiza mais próximo à saída do duto. Devido às condições operacionais do duto (condição de contorno da simulação), e o fluido B apresenta erro maior que o fluido A.

#### 6.8.2 Incerteza da Medida de Pressão Aplicada à Estratégia de Localização de Vazamento

Para todos os casos estudados na seção anterior, foi analisado o efeito da incerteza da medida de pressão, definida na Eq. (4.53), aplicada à estratégia de localização de vazamento desenvolvida e apresentada no capítulo 4. Esta análise diz respeito à condição Eq. (6.6) e considera a incerteza na medida de pressão como um fator que pode interferir no resultado de localização caso as oscilações na pressão durante a aquisição de dados sejam significativas. A utilização desta condição funciona como uma forma de eliminar falsos alarmes na estratégia de localização.

A incerteza na medida de pressão é aplicada aos valores de pressão na entrada e na saída do duto, pois a estratégia de localização necessita das duas curvas, uma com condições de contorno na entrada do duto e outra na saída do duto. As incertezas utilizadas neste estudo para a pressão foram de 0,1%, 0,25%, 0,5% e 1%.

Os resultados obtidos quando se considera a incerteza da medida de pressão, calculado conforme a Eq. (4.53), estão apresentados nas Tabelas 6.21 – 6.26, que informam quais casos estão habilitados para aplicar a estratégia de localização de vazamento.

Nessas tabelas, os casos marcados com “x” correspondem aqueles em que a incerteza  $\bar{U}(p)$  associada às medições de pressão na entrada e saída do duto, após calcular segundo a Eq. (4.53), é maior que a diferença de pressão entre as duas curvas ELV (E-S) e ELV (S-E) avaliadas nos extremos do duto. Nesses casos, é possível que ocorra um falso alarme, ou seja, a ELV utilizada localiza um vazamento que não existe.

Tabela 6.21 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 1% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.

	Posição do FCT (m)	0,1%	0,25%	0,5%	1%
Posição 1	12.500	X	X	X	X
Posição 2	22.500	✓	X	X	X
Posição 3	32.500	✓	X	X	X

Tabela 6.22 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 5% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.

	Posição do FCT (m)	0,1%	0,25%	0,5%	1%
Posição 1	12.500	✓	✓	X	X
Posição 2	22.500	✓	✓	✓	X
Posição 3	32.500	✓	✓	X	X

Tabela 6.23 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo A.

	Posição do FCT (m)	0,1%	0,25%	0,5%	1%
Posição 1	12.500	✓	✓	✓	X
Posição 2	22.500	✓	✓	✓	✓
Posição 3	32.500	✓	✓	✓	X

Tabela 6.24 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 1% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.

	Posição do FCT (m)	0,1%	0,25%	0,5%	1%
Posição 1	12.500	X	X	X	X
Posição 2	22.500	X	X	X	X
Posição 3	32.500	✓	X	X	X

Tabela 6.25 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 5% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.

	Posição do FCT (m)	0,1%	0,25%	0,5%	1%
Posição 1	12.500	✓	✓	X	X
Posição 2	22.500	✓	✓	X	X
Posição 3	32.500	✓	✓	X	X

Tabela 6.26 – Incerteza da medida de pressão associada ao vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento do fluido tipo B.

	Posição do FCT (m)	0,1%	0,25%	0,5%	1%
Posição 1	12.500	✓	✓	✓	X
Posição 2	22.500	✓	✓	✓	X
Posição 3	32.500	✓	✓	✓	X

Observando os resultados, pode-se notar que para vazamentos de 1% de magnitude, apenas os casos com incerteza de 0,1% na medida de pressão atendem a ambas as condições (Eq. (6.7) e (6.8)). A ELV se habilita a localizar vazamento, em duas posições para o fluido tipo A e em uma posição para o fluido tipo B.

Já para vazamento de 5% de magnitude, os casos habilitados a localizar vazamento são os casos com incerteza de 0,1% e 0,25% em todas as três posições de vazamento do duto, em ambos os fluidos (tipo A e B). Porém, o fluido tipo A habilita localizar vazamento com incerteza de 0,5% na medida de pressão apenas na posição do meio do duto.

Para vazamento de 10% de magnitude, os casos com incerteza de 0,1%, 0,25% e 0,5% conseguem localizar o vazamento em todas as três posições de vazamento do duto, para ambos os fluidos (tipo A e B). Porém, o fluido tipo A habilita localizar vazamento com incerteza de 1% na medida de pressão apenas na posição do meio do duto.

### 6.8.3 Localização de Vazamento com Incerteza da Medida de Pressão

Assumindo a existência de incertezas na medida de pressão para os casos habilitados conforme a Eq. (4.53) e as tabelas acima, pode-se calcular um erro relativo máximo associado à localização de vazamento com incerteza na medida de pressão. Para

cada caso, a incerteza na medida na pressão é calculada na entrada e na saída do duto, gerando mais duas curvas de pressão com incerteza na entrada e outras duas curvas com incerteza na saída.

Em outras palavras, para cada curva ELV (E-S) e ELV (S-E), são simulados mais dois casos que correspondem às mesmas condições iniciais para fração volumétrica de líquido e velocidades de gás e líquido, mas com  $p+U(p)$  e  $p-U(p)$ . Tem-se, assim, um total de seis curvas, três para ELV (E-S) e três para a ELV (S-E), como mostrado na Figura 6.38.

Foi escolhido um caso de vazamento para ilustrar todas as possibilidades de localização de vazamento assumindo um mesmo valor de incerteza na medida de pressão tanto na entrada quanto na saída do duto. Escolhendo o caso com imposição de vazamento no meio do duto, com 10% da vazão mássica total do escoamento, e supondo uma incerteza de 0,5% na medida de pressão na entrada e na saída do duto, encontram-se nove possíveis pontos de vazamento, dependendo da combinação entre todas as possibilidades de curvas com ou sem incerteza na medida, de acordo com a Fig. 6.38.

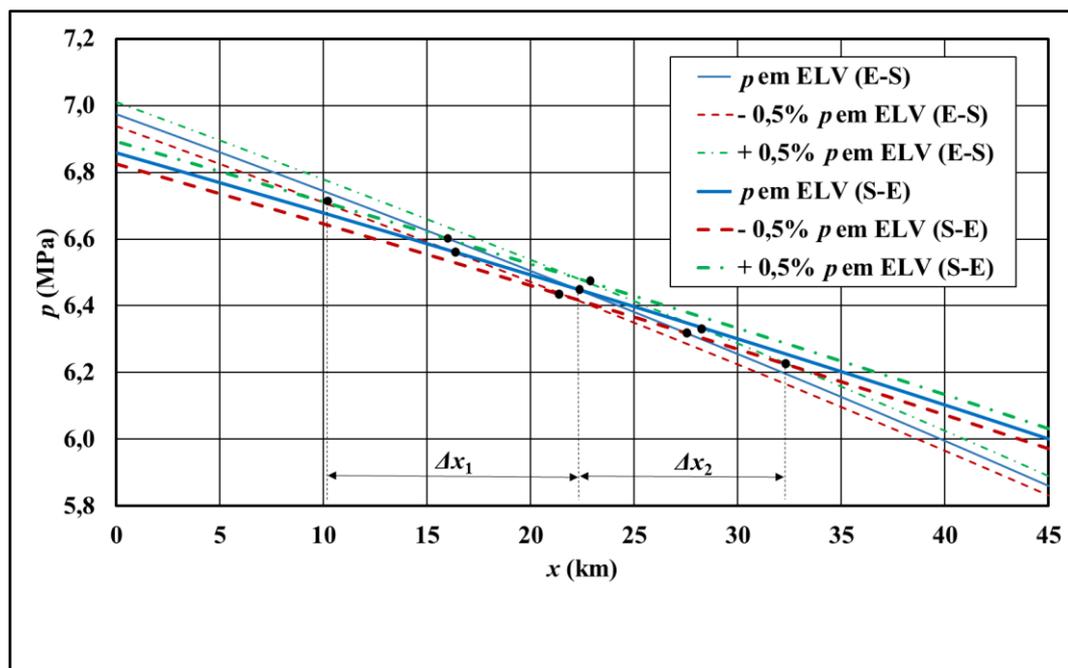


Figura 6.38 – Pressão ao longo do duto para vazamento no meio do duto com magnitude de 10% comparando o resultado com e sem incerteza na medida de pressão para escoamento do fluido tipo A.

Observando a Figura 6.38, pode-se notar que apenas duas combinações de curvas são importantes por determinarem os dois pontos mais críticos (pontos com maior erro associado à localização de vazamento) assumindo a incerteza da medida. O ponto que determina uma possível localização para este caso de escoamento, que fica mais à esquerda, representa intersecção da curva ELV (E-S) para valor de pressão com menos 0,5% do valor original, com a curva ELV (S-E) para valor de pressão com mais 0,5% do valor original. Outro ponto possível para localização, que fica mais à direita, demonstra a intersecção da curva ELV (E-S) para valor de pressão com mais 0,5% do valor original, com a curva ELV (S-E) para valor de pressão com menos 0,5% do valor original. O erro máximo referente à localização de vazamento com incerteza na medida de pressão corresponde ao maior valor entre  $\Delta x_1$  e  $\Delta x_2$  que representam a distância entre a posição imposta ao vazamento e cada ponto de intersecção entre as curvas ELV.

A Tabela 6.27 apresenta o erro máximo associado à localização de vazamento para o caso de vazamento localizado no meio do duto com vazão nominal de 10% da vazão mássica total do escoamento para o fluido tipo A para valores de  $U(p) = 0,1\%$  e  $U(p) = 0,5\%$ .

Tabela 6.27 – Erro relativo máximo associado à incerteza da medida de pressão para vazamento de 10% da vazão mássica total do escoamento no meio do duto para fluido tipo A.

	Posição do vazamento (m)	Sem incerteza	Incerteza de 0,1%	Incerteza de 0,5%
Posição 2	22.500	0,6%	5,8%	28,6%

Os resultados indicam que o aumento na incerteza na medida de pressão aumenta o erro máximo relativo associado à estratégia de localização de vazamento, podendo em alguns casos, não localizar o vazamento devido ao alto valor da incerteza associada à medição de pressão nos extremos do duto.

## CAPÍTULO 7 - Conclusões

### 7.1 Introdução

Nesta tese de doutorado propôs-se desenvolver um modelo de localização de vazamento em um gasoduto horizontal, contendo escoamento bifásico em regime permanente no seu interior, considerando apenas o padrão de escoamento estratificado para uma mistura de líquido e gás. O desenvolvimento da estratégia de localização de vazamento proposta é baseado no modelo de Dois Fluidos com quatro equações de conservação (duas equações de conservação de massa e duas equações de conservação da quantidade de movimento linear, uma para cada fase) e pressão única para as duas fases.

Um extenso trabalho de pesquisa bibliográfica foi realizado para levantamento dos trabalhos mais importantes publicados na literatura aberta que abordam a modelagem do problema de localização de vazamentos em dutos monofásicos e bifásicos e os respectivos métodos numéricos de solução utilizados nesses estudos. Em função dos modelos disponíveis na literatura, uma nova estratégia de localização de vazamento em escoamento bifásico foi desenvolvida.

O método numérico para o algoritmo de localização de vazamento aqui proposto baseou-se no ponto de intersecção das linhas de distribuição de pressão geradas a partir da entrada e da saída do duto. Essa estratégia exige o conhecimento das pressões, frações volumétricas de líquido e velocidades para as ambas as fases nas extremidades do duto. O sistema de equações é composto por um conjunto de equações diferenciais ordinárias não-lineares resolvidas numericamente da entrada para a saída do duto, e vice-versa, tendo como condições de contorno as variáveis para pressão, fração volumétrica de líquido e velocidades para as ambas as fases nesses locais. Este sistema de equações é obtido a partir do modelo de Dois Fluidos adotado para o escoamento bifásico, simplificado ao se desprezar os termos transientes das equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear. Desta forma, a estratégia de localização de vazamento proposto tem como premissa básica a hipótese de escoamento permanente, e o sucesso deste modelo fica condicionado ao estabelecimento desse regime após a ocorrência do vazamento.

O método para solução numérica escolhido fez uso da rotina IVIPAG/DVIPAG da biblioteca numérica IMSL (MANUAL DO IMSL, Versão 7.0) específica para a solução

de sistemas de equações diferenciais ordinárias não-lineares. Os casos estudados contemplam vazamentos de 1%, 5% e 10% da vazão nominal do escoamento estabelecida no duto, que são típicos de cenários operacionais reais. Os resultados obtidos para o escoamento com o método FCT são comparados com os resultados obtidos com o *software* comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2), específico para escoamento trifásico e também baseado no modelo de Dois Fluidos, usado como referência.

## 7.2 Análise de Hiperbolicidade e Imposição das Condições de Contorno

Para simular o escoamento bifásico foi necessário, primeiro, realizar a análise de hiperbolicidade para cada caso estudado, pois a natureza da formulação matemática do modelo de Dois Fluidos (sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas não-lineares) pode gerar um problema mal-posto ou bem-posto dependendo das condições impostas ao modelo. O problema é considerado bem-posto se a solução do polinômio característico do problema produzir apenas autovalores reais e autovetores linearmente independentes. Após constatar-se que o problema é hiperbólico, observa-se o sinal dos autovalores para definir a forma de imposição das condições de contorno na entrada e saída do duto.

Os resultados gerados pelo Mathematica (Wolfram Mathematica, Versão 10) foram apresentados em forma de gráfico, e representam as regiões hiperbólicas de escoamento bifásico de padrão estratificado, com dois ou três autovalores positivos, além de região não-hiperbólica.

Observando os resultados, pode-se concluir que, para valores pequenos de fração volumétrica de líquido, como o caso de fluido tipo A, a região hiperbólica aumenta no gráfico se comparada com o mesmo caso para o fluido tipo B. Para os mesmos casos estudados de fluido tipo A e B, a diminuição do valor de pressão leva a um aumento maior da região hiperbólica comparada com os casos de alta pressão.

A análise de hiperbolicidade mostrou que todos os casos físicos estudados e utilizados como condições iniciais ou de contorno, correspondem a pontos dentro da região hiperbólica com três autovalores positivos e um negativo.

Os resultados deste estudo realçaram a importância de se garantir que as condições físicas utilizadas nas simulações correspondem a pontos que estejam sempre nas regiões hiperbólicas do diagrama de fases.

### **7.3 Acurácia do Método FCT**

O escoamento bifásico de padrão estratificado para o modelo de Dois Fluidos foi resolvido numericamente através do método FCT. O estudo de acurácia no espaço do método é importante por quantificar os erros associados à malha e classificar sua lei de decaimento à medida que a malha é refinada. O estudo da malha foi realizado no caso com fluido tipo A, com  $\Delta t$  constante e igual a 0,010125s e para  $N$  (número de células usadas discretização do espaço) igual a 100, 500, 1000, 2500, 5000, e utilizando como caso de referência  $N = 10000$  como resultado mais refinado.

A análise de erro no espaço é realizada através do cálculo da quantidade de movimento linear total, como uma variável global, que envolve todas as variáveis de interesse do caso, integrada ao longo do duto através do método de Simpson para acurácia do método FCT. Assim, o estudo determina que para assegurar um erro de segunda ordem para o método FCT, deve-se garantir que  $\Delta x/L$  seja menor ou igual a 0,001 (ou  $N$  maior ou igual a 1000 células), caso contrário, o método apresentará resultado com erro de primeira ordem na malha. Adicionalmente, o estudo mostrar que a utilização de  $N = 1000$  produz erros aceitáveis para a aplicação de engenharia, embora o valor mais adequado seja  $N = 2500$  para garantir que os resultados já não apresentam diferenças em relação a  $N = 5000$  e  $N = 10000$ , dentro da resolução gráfica utilizada.

### **7.4 Método do FCT em Regime Permanente**

O escoamento bifásico isotérmico em padrão estratificado para dutos horizontais formulado com o modelo de Dois Fluidos e resolvido com o método numérico FCT foi simulado seguindo os resultados da análise de acurácia para determinar a malha adequada para a discretização do duto já tendo sido submetido uma análise de hiperbolicidade para garantir que o problema seja hiperbólico já tendo descoberto como deve se impor as variáveis no contorno para ambos os fluidos (tipo A e tipo B). As simulações foram executadas até atingir o regime permanente.

Para os fluidos tipo A e B as simulações produziram resultados com o mesmo comportamento físico para todas as variáveis analisadas, e quando esses resultados foram comparados com o resultado do simulador comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2), pode-se observar uma excelente concordância, o que validou os resultados do FCT para o escoamento em regime permanente.

## **7.5 Método do FCT em Regime Transiente**

A análise do escoamento em regime transiente tem como objetivo validar o método numérico FCT para casos com descontinuidade no tempo imposta sobre as condições de contorno, visando ilustrar a capacidade do método em acompanhar escoamentos em regime transiente, como por exemplo, o fechamento abrupto de uma válvula na entrada do duto.

O estudo do escoamento em regime transiente foi realizado através da imposição de uma condição de contorno que corresponde ao fechamento parcial da entrada do duto fazendo a vazão mássica cair à metade. Este procedimento caracteriza uma descontinuidade temporal momentânea na simulação, até a solução convergir para um regime permanente correspondente a nova condição de escoamento.

Observa-se o comportamento dos resultados referentes à mudança instantânea da condição de contorno. Comparando os resultados do modelo associado ao método numérico FCT com o simulador comercial OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2), os resultados para todas as variáveis de interesse do escoamento foram muito similares, expressando o mesmo comportamento físico para o escoamento, em ambos os simuladores. Assim, o modelo numérico aqui empregado também forneceu resultados satisfatórios em regime transiente.

## **7.6 Simulação de Vazamento com Método Numérico FCT**

Os casos de vazamento foram gerados em um cenário de escoamento bifásico isotérmico com padrão estratificado para dutos horizontais e simulados com o modelo de Dois Fluidos e o método numérico FCT para ambos os fluidos (tipo A e tipo B). Foi escolhido apenas um caso de vazamento, com o propósito de mostrar o comportamento

de cada variável dependente do escoamento (pressão, fração volumétrica de líquido e velocidade de gás e líquido).

O caso definido para este estudo foi o vazamento posicionado no meio do duto, com uma magnitude que representa 10% da vazão mássica total do escoamento. Observando os resultados para esse caso de vazamento em ambos os tipos de fluido, as curvas de pressão ao longo do duto apresentam o comportamento esperado, caracterizado pela mudança no gradiente de pressão que ocorre na posição do vazamento do duto. As outras três variáveis analisadas (fração volumétrica de líquido e velocidade de gás e líquido) apresentam uma descontinuidade no ponto do vazamento do duto.

Devido à diferença de comportamento da curva de pressão comparada com as outras três, a pressão é a variável de interesse utilizada no estudo da localização de vazamento por não apresentar descontinuidade no ponto de vazamento. A comparação da descontinuidade de pressão ao longo do duto entre o método FCT e o *software* OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2) apresentou ótima concordância, e serviu para validar os resultados nos dois tipos de fluido (A e B), sendo que o mesmo comportamento físico foi observado, com praticamente os mesmos valores, para cada ponto do duto.

## **7.7 Localização de Vazamento**

Os casos de vazamento escolhidos para se aplicar a estratégia de localização de vazamento foram gerados para três diferentes posições de vazamento, uma próxima a entrada, uma no meio e outra próxima a saída do duto, em três diferentes magnitudes de vazamento, definidas para cada posição de vazamento como 1%, 5% e 10% da vazão mássica total com cada fluido (tipo A e B).

Com os resultados dos nove casos de interesse para esse estudo, representando as diferentes posições e magnitudes de vazamento, pode-se aplicar a estratégia de localização de vazamento para calcular a posição do vazamento em cada caso, utilizando o método de Gear através da simulação em código FORTRAN (INTEL) com auxílio de sub-rotinas da biblioteca do IMSL (MANUAL DO IMSL, Versão 7.0).

Os resultados da localização mostram como a posição e a magnitude do vazamento influenciam na localização. Foi possível comprovar que vazamentos mais próximos da entrada do duto são mais precisos de localizar pois possuem um erro relativo (com a

posição original de vazamento) menor se comparado aos resultados das posições cada vez mais distantes da entrada do duto.

Para a magnitude do vazamento é possível perceber, mesmo que graficamente, como vazamentos maiores são mais fáceis de identificar a posição de vazamento. Porém para o menor caso de vazamento estudado (caso de 1% da vazão mássica total), não se consegue notar graficamente a condição e a posição de vazamento, mas a estratégia de localização de vazamento é capaz de localizá-lo.

Os resultados para os dois tipos de fluido foram satisfatórios, representando muito bem todos os casos de vazamento escolhidos. Comparando os dois tipos de fluido pode-se perceber que os resultados de localização para o fluido tipo A apresentaram erros relativos ligeiramente menores quando comparados com os erros relativos dos casos com o fluido tipo B, onde a única diferença entre esses dois modelos é o menor valor da variável de fração volumétrica de líquido no fluido A.

## **7.8 Influência da Incerteza da Medida de Pressão Associada à Localização de Vazamento**

Para os casos de vazamento estudados nesta tese, foi analisada a incerteza da medida de pressão aplicada à estratégia de localização de vazamento. A incerteza foi associada à pressão na entrada e na saída do duto e os valores escolhidos neste estudo foram de 0,1%, 0,25%, 0,5% e 1%.

Os resultados da incerteza na medida de pressão mostram que, para vazamentos de 1% de magnitude, apenas os casos com incerteza de 0,1% na medida de pressão são capazes de localizar vazamento. Para vazamento de 5% de magnitude, os casos aptos a localizar vazamento são os casos com incerteza de 0,1%, 0,25% e 0,5%. E, finalmente, os casos com vazamento de 10% de magnitude de vazamento, todos os valores de incerteza escolhidos foram habilitados a localizar vazamento. Os resultados deste estudo ilustram uma possível maneira de evitar a ocorrência de falsos alarmes no processo de localização de vazamento.

Com o propósito de entender como a influência da incerteza da medida de pressão interfere na localização de vazamento, observa-se o resultado de erro relativo máximo associado ao caso com vazamento no meio do duto com 10% de magnitude comparando o caso sem incerteza na medida de pressão e com incerteza de 0,1% e 0,5% na entrada e

na saída do duto. Assim, pode-se notar que quanto maior o valor da incerteza na medida de pressão, maior o valor do erro máximo relativo associado à estratégia de localização de vazamento, podendo em alguns casos, não localizar o vazamento devido ao alto valor da incerteza.

## **7.9 Sugestões para Trabalhos Futuros**

Um possível passo subsequente para a continuação desse estudo seria a inserção do perfil altimétrico real na simulação, construindo um gasoduto composto de vários dutos, com ângulos e comprimentos variados para se aproximar de um gasoduto real. Adicionalmente, outro passo importante também seria reproduzir esses resultados para o padrão golfada no escoamento, contemplando a possibilidade de se obter uma seção de duto cheia de líquido em qualquer ponto devido à inclinação do duto ou às condições do escoamento.

Outra contribuição seria desenvolver e aplicar um outro modelo de escoamento para o modelo de Dois Fluidos contemplando diferentes pressões para cada fase, e fase líquida compressível e comparar seus resultados aos obtidos neste trabalho. Adicionalmente, pode-se acrescentar a equação da energia ao sistema de equações diferenciais parciais com o objetivo de amplificar a gama de aplicações práticas ao se permitir que a temperatura da mistura bifásica varie ao longo do escoamento.

## Referências Bibliográficas

ABBASPOURA, M., CHAPMAN, K. S., GLASGOW, L. A., 2010, “Transient Modeling of Non-Isothermal, Dispersed Two-Phase Flow in Natural Gas Pipelines”, **Applied Mathematical Modelling**, v. 34, pp. 495-507.

ANDREUSSI, P., BENDIKSEN, K., 1989, “An Investigation of Void Fraction in Liquid Slug for Horizontal and Inclined Gas-Liquid Pipe Flow”, **Int. J. Multiphase Flow**, v.15, n. 6, pp. 937-946.

ANDREUSSI, P., PERSEN, L. N., 1987, “Stratified Gas-Liquid Flow in Downwardly Inclined Pipes”, **International Journal of Multiphase Flow**, v.13, n. 4, 565-575.

ANDRITSOS, N., HANRATTY, T. J., 1987, “Influence of Interfacial Waves in Stratified Gas-Liquid Flows”, **AIChE Journal**, v. 33, n. 3, pp. 444-454.

BAGHDADI, A. H. A., MANSY, H. A., 1988, “A Mathematical Model for Leak Location in Pipelines”, **Applied Mathematical Modelling**, v. 12, pp. 25-30.

BAPTISTA, R M, 2007, “On the Estimation of Dual Phase Gas Pipeline Gas Leakage Flow Rate from the Leak Diameter”, **Proceedings of the Rio Pipeline Conference**, IBP-1238-07, Rio de Janeiro, RJ.

BAPTISTA, R. M., 2013, **Detecção de Vazamentos em Gasodutos com a Presença de Escoamento Bifásico, Baseada em Análise Estatística de Desbalanceamento de Inventário**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), Rio de Janeiro, Brasil.

BAPTISTA, R. M., CAMPOS, W., RACHID, F. B. F., ARAUJO, J. H. C., 2001, “Uma Nota Sobre a Incerteza Associada a Localização de Vazamentos”, **3rd Seminar on Pipeline**, Rio de Janeiro, Brazil.

BEDJAOUI, N., WEYER, E., 2011, “Algorithms for Leak Detection, Estimation, Isolation and Localization in Open Water Channels”, **Control Engineering Practice**, v. 19, pp. 564-573.

BENDIKSEN, K. M., MALNES, D., MOE, R., NULAND, S., 1991, “The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application”, **SPE Production Engineering**, pp. 171-180, May.

BESTION, D., 1990, “The Physical Closure Laws in the CATHARE Code”, **Nuclear Engineering Design**, v. 124, pp. 229-245.

BONIZZI, M., ISSA, R. I., KEMPF, M. H. W., 2001, “Modelling of Gas Entrainment in Horizontal Slug Flow”, **Proceedings of the ICMF 2001 Conference**, USA.

BOOK, D. L., BORIS, J. P., HAIN, K., 1975, “Flux-Corrected Transport II. Generalizations of the Method”, **Journal of Computational Physics**, v.18, pp.248-283.

BORIS, J.P., BOOK, D.L., 1973, “Flux Corrected Transport I - SHASTA - A Fluid Transport Algorithm that Works”, **Journal of Computational Physics**, v. 11, pp. 38-69.

BORIS, J. P., BOOK, D. L., 1976, “Solution of Continuity Equation by the Method of Flux-Corrected Transport”, **Journal of Computational Physics**, v.16, pp.85-129.

BUENO, D.E.G.P., 2013, **Modelagem Numérica do Escoamento Bifásico em Gasodutos com Padrão Estratificado**, Dissertação de M.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

BUENO, D., FIGUEIREDO, A., BAPTISTA, R., RACHID, F., BODSTEIN, G., 2014, “Numerical Simulation of Stratified Two-Phase Flow in a Nearly Horizontal Gas-Liquid Pipeline with a Leak”, **Proceedings of the 2012 9th International Pipeline Conference - IPC**, Calgary, Alberta, Canada, September 2014.

BUTCHER, J.C., 1987, **The Numerical Analysis of Ordinary Differential Equations: RungeKutta and General Linear Methods**. John Wiley & Sons.

CARNEIRO, J. N. E., FONSECA, R. JR., ORTEGA, A. J., CHUCUYA, R. C., NIECKELE, A. O., AZEVEDO, L.F.A., 2011, "Statistical Characterization of Two-Phase Slug Flow in a Horizontal Pipe", **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 33, pp. 251-258.

CHAN, A., BANERJEE, S., 1981, "Refilling and Rewetting of a Hot Horizontal Tube. Part II: Structure of a Two-Fluid Model", **Journal of Heat Transfer**, v. 103, pp. 287-291.

CHENG, L. Y., DREW, D. A., LAHEY, JR. R. T., 1985, "An Analysis of Wave Propagation in Bubbly Two Component Two-Phase Flow", **Journal of Heat Transfer**, v. 107, pp. 402-408.

CLERC, S., 2000, "Numerical Simulation of the Homogeneous Equilibrium Model for Two-Phase Flows", **Journal of Computational Physics**, v.161, pp. 354-375.

COQUEL, F., AMINE, K.E., GODLEWSKI, E., PERTHAME, B., RASCLE, P., 1997, "A Numerical Method Using Upwind Schemes for the Resolution of Two-Phase Flows", **Journal of Computational Physics**, v. 136, pp. 272-288.

CORRADINI, M. L., 1997, **Fundamental of Multiphase Flows**, Department of Engineering Physics, University of Wisconsin. The Internet link for this book is <http://wins.engr.wisc.edu/teaching/mpfBook/node1.html>.

DREW, D. A., PASSMAN, S. L., 1999, **Theory of Multicomponent Fluids**, Applied Mathematical Sciences, Berlin, Springer.

DUKHOVNAYA, Y., ADEWUMI, M.A., 2000, "Simulation of Non-Isothermal Transients in Gas/Condensate Pipelines Using TVD Scheme", **Powder Technology**, v. 112, pp. 163-171.

ELAOD, S., HADJ-TAÏEB, L., HADJ-TAÏEB, E., 2010, “Leak Detection of Hydrogene Natural Gas Mixtures in Pipes Using the Characteristics Method of Specified Time Intervals”, **Journal of Loss Prevention in the Process Industries**, v. 23, pp. 637-645.

ESPEDAL, M., 1998, **An Experimental Investigation of Stratified Two-Phase Pipe Flow at Small Inclinations**, PhD Thesis, Department of Applied Mechanics, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway.

FABRE, J., LINE, A., PERESSON, L., 1989, “Two-Fluid/Two-Flow-Pattern Model for Transient Gas-Liquid Flow in Pipes”, **4th BHRA Multiphase Flow International Conference**, Cranfiel University, London, UK, pp. 269-289, June.

FAILLE, I., HEINTZE, E., 1999, “A rough Finite Volume Scheme for Modelling Two-Phase Flows in a Pipeline”, **Computers & Fluids**, v. 28, pp. 213-241.

FIGUEIREDO, A.B., 2010, **Validação Teórica de uma Modelagem para Escoamentos Bifásicos em Gasodutos com duas Equações de Conservação Para Cada Fase**, Dissertação de M.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

FIGUEIREDO, A., BUENO, D., BAPTISTA, R., RACHID, F., BODSTEIN, G., 2012, “An Accuracy Study of the Flux-Corrected Transport Numerical Method Applied to Transient Two-Phase Flow Simulation in Gas Pipelines”, **Proceedings of the 2012 9th International Pipeline Conference – IPC 2012**, Calgary, Alberta, Canada, September.

FLETCHER, C. A. J., 1988, **Computational Techniques for Fluid Dynamics: Specific Techniques for Flow Categories**, v. 2, Springer-Verlag.

GARG, R., NARAYANAN, C., SUBRAMANIAM, 2009, “A Numerical Convergent Lagrangian Eulerian Simulation Method for Dispersed Two Phase Flows”, **International Journal of Multiphase Flow**, v. 35, pp. 376-388.

GEIGER, G., GREGORITZA, W., MATKO, D., 2000, "Leak Detection and Localisation in Pipes and Pipelines", **European Symposium on Computer Aided Process Engineering**, v. 10, pp. 781-786.

HARTEN, A., 1983, "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", **Journal of Computational Physics**, v. 49, pp. 357-393.

HIRSCH, C., 1990, **Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Numerical Discretization**, v. 2, John Wiley & Sons.

INTEL, INTEL ® Visual FORTRAN Compiler Professional Edition for Windows with IMSL, **Version 10.1**.

ISERLES, A., 1996, **A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations**, Cambridge University Press.

ISHII, M., 1975, **Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow**, First Edition, Paris, Eyrolles.

ISHII, M., HIBIKI, T., 2003, "One-Dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 46, pp. 4935-4948.

ISHII, M., HIBIKI, T., 2006, **Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow**, First Edition, New York, Springer Science.

ISHII, M., MISHIMA, K., 1984, "Two-Fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations", **Nuclear Engineering and Design**, v. 82, pp. 107-126.

ISSA, R. I., KEMPF, M. H. W., 2003, "Simulation of Slug Flow in Horizontal and Nearly Horizontal Pipes with the Two-Fluid Model", **International Journal of Multiphase Flow**, v. 29, pp. 69-95.

JEFFREY, A., 1976, **Quasilinear Hyperbolic Systems and Waves**, London, Pitman Publishing.

LAHEY, JR. R. T., DREW, D. A., 1988, “Three Dimensional Time and Volume Averaged Conservation Equations of Two-Phase Flow”, **Advances in Nuclear Science Technology**, v. 20, pp. 1-69.

LEVEQUE, R. J., 1990, “Numerical Methods for Conservation Laws”, **Birkhäuser**.

LEVY, S., 1999, **Two-Phase Flow in Complex Systems**, John Wiley & Sons.

LEZEAU, P., THOMPSON, C. P., 1998, “Numerical Simulation of Multi-Phase Flow: Speed, Error Control & Robustness”, **Cranfield University Technical Report**.

LIVESCU, S., DURLOFSKY, L. J., AZIZ, K., GINESTRA, J. C., 2010, “A Fully-Coupled Thermal Multiphase Wellbore Flow Model for Use in Reservoir Simulation”, **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 71, pp. 138-146.

MANNINEN, M., TAIVASSALO, V., 1996, “On the Mixture Model for Multiphase Flow”, **VTT Publications**, v. 288, pp. 1-67.

MANUAL IMSL – **Versão 7.0** (IMSL Fortran Numerical Library – User’s Guide Math Library – Version 7.0) – Visual Numerics.

MASELLA, J. M., TRAN, Q. H., FERRE, D., PAUCHON, C., 1998, “Transient Simulation of Two-Phase Flows in Pipes”, **International Journal Multiphase Flow**, v. 24, pp. 739-755.

MENG, L., LI YUXING, WUCHANG, W., FU JUNTAO, 2012, “Experimental Study on Leak Detection and Location for Gas Pipeline Based on Acoustic Method”, **Journal of Loss Prevention in the Process Industries**, v. 25, pp. 90-102.

MOODY, L.F., 1947, “An Approximate Formula for Pipe Friction Factors”, **Transactions of ASME**, v. 69, pp.1005-1006.

MORALES-RUIZ, S., RIGOLA, J., RODRIGUEZ, I., OLIVA, A., 2012, “Numerical Resolution of the Liquid-Vapour Two-Phase Flow by Means of the Two-Fluid Model and a Pressure Based Method”, **International Journal of Multiphase Flow**, v. 43, pp. 118-130.

MORI, Y., HIJIKATA, K., OHMORI, T., 1976, “Propagation of a Pressure Wave in Two-Phase Flow with Very High Void Fraction”, **International Journal of Multiphase Flow**, v. 2, pp. 453-464.

MURVAY, P., SILEA, I., 2012, “A Survey on Gas Leak Detection and Localization Techniques”, **Journal of Loss Prevention in the Process Industries**, v. 25, pp. 966-973.

OMGBA-ESSAMA, C., 2004, **Numerical Modelling of Transient Gas-Liquid Flows (Application to Stratified & Slug Flow Regimes)**, Ph.D. Thesis, School of Engineering Applied Mathematics and Computing Group, Canfield University, London, UK.

OZEVIN, D., HARDING, J., 2012, “Novel Leak Localization in Pressurized Pipeline Networks Using Acoustic Emission and Geometric Connectivity”, **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 92, pp. 63-69.

PARK, J. W., DREW, D. A., LAHEY, JR. R. T., 1998, “The Analysis of Void Propagation in Adiabatic Monodispersed Bubbly Two-Phase Flows Using an Ensemble-Averaged Two-Fluid Model”, **International Journal of Multiphase Flow**, v. 24, pp. 1205-1244.

PAUCHON, C., DHULESIA, H., LOPEZ, D., FABRE, J., 1993, “TACITE: A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow”, **Presented at the 6th International Conference on Multiphase Production**, Cannes, France, June.

PENELOUX, A., RAUZY, E., 1982, “A Consistent Correction for Redlich-Kwong-Soave Volumes”, **Fluid Phase Equilibria**, v. 8, pp. 7-23.

PENG, D. Y., ROBINSON, D. B., 1976, “A New Two Constant Equation of State”, **Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals**, v. 15, pp. 59-64.

PETROBRAS, Disponível em: <<http://www.petrobras.com.br>>. Acesso em: Maio, 2016.

SANTOS, P. L. DOS, PERDICOÚLIS, T. P. A., JANK, G., RAMOS, J. A., CARVALHO, J. L. M. DE, 2011, “Leakage Detection and Location in Gas Pipeline through an LPV Identification Approach”, **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**.

SAUREL, R., ABGRALL, R., 1999, “A Multiphase Godunov Method for Compressible Multifluid and Multiphase Flows”, **Journal of Computational Physics**, v. 150, pp. 425-467.

SCHLUMBERGER, OLGA – Simulador Dinâmico de Escoamento Multifásico (Dynamic Multiphase Flow Simulator), **Versão 2014.2** – As licenças foram fornecidas através de uma parceria entre a Schlumberger e a COPPE.

SHAHA, J., 1999, **Phase Interaction in Transient Stratified Flow**, Ph.D. Thesis, Department of Chemical Engineering, Imperial College of Science, Technology & Medicine, London, UK.

SHARMA, Y., SCOGGINS, JR. M. W., SHOHAM, O., BRILL, J. P., 1985, “Simulation of Transient Two-Phase Flow in Pipelines”, **2nd International Conference on Multiphase Flow**, Paper C4, London, England, UK, 19-21 June.

SIMÕES, E. F., CARNEIRO, J. N. E., NIECKELE, A. O, 2013, “High Resolution Simulations of Non-Isothermal Intermittent Flow in Horizontal Pipes with the 1D Two-Fluid Model”, **8th International Conference on Multiphase Flow**, ICMF 2013, May 26-31, Jeju, Korea.

SIMÕES, E. F., CARNEIRO, J. N. E., NIECKELE, A. O, 2014, “Numerical Prediction of Non-Boiling Heat Transfer in Horizontal Stratified and Slug Flow by Two-Fluid Model”, **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 47, pp. 134-145.

SOAVE, G., 1972, “Equilibrium Constants from a Modified Redlich-Kwong Equation of State”, **Chemical Engineering Science**, v. 27, pp. 1197.

SOD, G. A., 1985. “**Numerical Methods in Fluid Dynamics: Initial and Boundary Value Problems**”, Cambridge University Press.

SONDERMANN, C. N., PATRICIO, R. A. C, FIGUEIREDO, A. B., BAPTISTA, R. M., RACHID, F. B. F., BODSTEIN, G. C. R., 2015, “Hyperbolicity Analysis of a Two- Fluid Two-Phase Flow One-Dimensional Model for Stratified Pattern”, **Proceedings of the 2015 International Mechanical Engineering Congress & Exposition**, Houston, Texas, USA, November.

STEWART, H. B., WENDROFF, B., 1984, “Two-Phase Flow: Models and Methods”, **Journal of Computational Physics**, v. 56, pp. 363-409.

TAITEL, Y., BARNEA, D., 1993, “Kelvin-Helmholtz Stability Criteria for Stratified Flow: Viscous Versus Non-Viscous (Inviscid) Approaches”, **International Journal of Multiphase Flow**, v. 19, n. 4, pp. 639-649.

TAITEL, Y., DUKLER, A. E., 1976, “A Model For Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near-Horizontal Gas-Liquid Flow”, **AIChE Journal**, v. 22, n. 1, pp. 47-55, Jan.

TORO, E. F., 1997, **Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics**, Springer.

TOUMI, I., 1996, “An Upwind Numerical Method for Two-Fluid Two-Phase Flow Models”, **Nuclear Science Engineering**, v. 123, pp. 147-168.

TURNER, W. J., MUDFORD, N. R., 1988, “Leak Detection, Timing, Location and Sizing in Gas Pipelines”, **Math. Comput. Modeling**, v. 10, n. 8, pp. 609-627.

ULLMANN, A., BRAUNER, N., 2006, “Closure Relations for Two-Fluid Models for Two-Phase Stratified Smooth and Stratified Wavy Flows”, **International Journal of Multiphase Flow**, v. 32, pp. 82-105.

VERDE, C., 2005, “Accommodation of Multi-Leak Location in a Pipeline”, **Control Engineering Practice**, v. 13, pp. 1071-1078.

WATANABE, T., HIRANO, M., TANABE, F., KAMO, H., 1990, “The Effect of Virtual Mass Force Term on the Numerical Stability and Efficiency of Systems Calculations”, **Nuclear Engineering and Design**, v. 120, pp. 181-192.

WOLFRAM MATHEMATICA, Versão 10.

XIAO, J. J., SHOHAM, O., 1991, “Evaluation of Interfacial Friction Factor Prediction Methods for Gas/Liquid Stratified Flow”, **SPE 22765 66th Annual Technical Conference and Exhibition**, Dallas, Texas, U.S.A.

YADIGAROGLOU, G., LAHEY, R. T., 1976, “On the Various Forms of the Conservation Equations in Two-Phase Flow”, **International Journal of Multiphase Flow**, v. 2, pp. 477-494.

YANG, Z., XIONG, Z., SHAO, M., 2010, “A New Method of Leak Location for the Natural Gas Pipeline Based on Wavelet Analysis”, **Energy**, v. 35, pp. 3814-3820.

ZIGRANG, D. J., SYLVESTER, N. D., 1985, “A Review of Explicit Friction Factor Equations”, **Journal of Energy Resources Technology**, v. 107, pp. 280-283.

## Apêndice A. Formulação do Vazamento como Termo Fonte no Modelo de Dois Fluidos

Quando escritas na forma de lei de conservação, as equações do modelo de Dois Fluidos (Omgbá-Essama, 2004) para padrão de escoamento estratificado contemplando a existência de um vazamento localizado na posição espacial  $x_l$ , com  $x_l \in (0, L)$ , modelado como um termo de fonte nas equações de conservação da massa, assumem a seguinte forma matricial:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} + \mathbf{S}, \quad \text{com } (x, t) \in (0, L) \times (0, \infty), \quad (\text{A.1})$$

na qual  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^4$  é o vetor das variáveis conservadas,  $\mathbf{F}(\mathbf{W}) \in \mathbb{R}^4$  é o vetor do termo de fluxo,  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  é a matriz do termo não-conservativo e  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^4$  é o vetor do termo de fonte, cujas formas valem:

$$\mathbf{W} = [p \quad \alpha_L \quad u_G \quad u_L]^T, \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G \\ \rho_L \alpha_L \\ \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \\ \rho_G \alpha_G u_G^2 + \alpha_G p \\ \rho_L \alpha_L u_L^2 + \alpha_L p \end{bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & p - P_c & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\Gamma_G \delta_x(\{x_l\}) \\ -\Gamma_L \delta_x(\{x_l\}) \\ B_{fG} + T_I + T_{Gw} \\ B_{fL} - T_I + T_{Lw} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

sujeita à condição:

$$\alpha_G + \alpha_L = 1, \quad (\text{A.7})$$

na qual  $p$  representa a pressão na seção do duto,  $p_c$  é um termo de correção de pressão,  $B_{fG}$  e  $B_{fL}$  são as forças de corpo que atuam nas fases gás e líquido,  $\Gamma_k \delta_x(\{x_l\})$  é o termo de fonte que representa a vazão mássica instantânea do vazamento da fase  $k$ , com  $k \in \{L, G\}$ , por unidade de volume da mistura em decorrência da existência de um furo na posição  $x = x_l$  (com  $x_l \in (0, L)$ ),  $T_I$  é a tensão interfacial e  $T_{Gw}$  e  $T_{Lw}$  são as tensões entre cada fase e a parede para o gás e o líquido respectivamente. Esses termos são expressos através das seguintes equações:

$$p = \rho_G RT, \quad (\text{A.8})$$

$$p_c = \rho_L \alpha_L g \cos(\beta) \frac{dh_L}{d\alpha_L}, \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{dh_L}{d\alpha_L} = \frac{\pi D}{4} \frac{\sqrt{1 - X^2}}{(1 - X^2)}, \text{ com } X = \frac{2h_L}{D} - 1, \quad (\text{A.10})$$

$$B_{fk} = -\rho_k \alpha_k g \sin(\beta), \text{ com } k \in \{L, G\}, \quad (\text{A.11})$$

$$T_{kw} = -\frac{\tau_k S_k}{A}, \text{ sendo } \tau_k = \frac{1}{2} f_k \rho_k u_k |u_k| \text{ com } k \in \{L, G\}, \quad (\text{A.12})$$

$$T_I = \frac{\tau_I S_I}{A}, \text{ com } \tau_I = \frac{1}{2} f_I \rho_G (u_G - u_L) |u_G - u_L|, \quad (\text{A.13})$$

$$\delta_x(\{x_l\}) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \{x_l\} \\ 0, & \text{se } x \notin \{x_l\} \end{cases}, \quad (\text{A.14})$$

$$\Gamma_k = \frac{\rho_k^l}{Al_l} A_h C_d \sqrt{2(p(x=x_l) - p_o) / \rho^l}, \text{ com } k \in \{L, G\}, \text{ tal que } \rho_L^l + \rho_G^l = \rho^l. \quad (\text{A.15})$$

Nas expressões acima,  $R$  representa a constante particular do gás,  $h_l$  representa a altura de líquido no interior da seção transversal do duto,  $g$  é a aceleração local do campo gravitacional,  $\beta$  é o ângulo de inclinação do duto com a horizontal,  $A$  ( $A = \pi D^2/4$ , sendo  $D$  o diâmetro interno) é a área de seção transversal do duto,  $\tau_k$  denota a tensão de cisalhamento na parede associada a fase  $k$ , com  $k \in \{L, G\}$ ,  $S_k$  é o perímetro da parede molhado pela fase  $k$ , com  $k \in \{L, G\}$ ,  $f_k$  é o fator de atrito da parede associado a fase  $k$ , com  $k \in \{L, G\}$ ,  $\tau_I$  denota a tensão de cisalhamento interfacial do gás,  $S_I$  é o perímetro molhado relativo à interface gás-líquido e  $f_I$  é o fator de atrito interfacial.

A Eq. (A.15) expressa a vazão mássica do vazamento por unidade de volume da mistura em cada uma de suas fases. Essa expressão é aquela utilizada para descrever a vazão em regime permanente através de um orifício, aberto à pressão atmosférica local  $p_o$ , cuja área de seção transversal vale  $A_h = \pi d^2/4$ , sendo  $d$  o diâmetro interno do orifício o qual se admite ser representativo do diâmetro do furo na posição espacial  $x_l$ . As massas específicas das fases  $k$ , com  $k \in \{L, G\}$ , por unidade de volume da mistura são representadas por  $\rho_k^l$ . Por sua vez,  $p(x=x_l)$  representa a pressão no interior do duto na posição do furo. O coeficiente de descarga relativo à vazão mássica do vazamento da

mistura como um todo é representado por  $C_d^l$ , enquanto que a massa específica da mistura por unidade de volume da mistura é denotada por  $\rho^l$ . Finalmente,  $l_l$  representa um comprimento característico, o qual será especificado mais adiante.

Assumindo-se como hipótese básica que a vazão mássica da mistura por unidade de volume da mistura  $\Gamma$  admite uma decomposição aditiva em termos das vazões mássicas associadas a cada uma das fases expressas pela Eq. (A.15), isto é,  $\Gamma = \Gamma_G + \Gamma_L$ , então a massa específica da mistura  $\rho^l$  deve ser tal que  $\rho^l = \rho_L^l + \rho_G^l$ .

Considerando-se que a ocorrência de um vazamento não se dá de forma instantânea, faz sentido admitir que tanto  $A_h$  como  $C_d^l$  são funções do tempo, isto é,  $A_h = \hat{A}_h(t)$  e  $C_d^l = \hat{C}_d^l(t)$ . Visando-se incorporar essa peculiaridade ao modelo conferindo-o maior realidade e flexibilidade e, paralelamente, simplificar a implementação do termo de fonte, define-se a seguinte função:

$$\tau(t) = \frac{A_h(t)C_d^l(t)}{A_{ho}C_{do}^l}, \text{ com } 0 \leq \tau(t) \leq 1, \quad (\text{A.16})$$

na qual  $A_{ho}$  e  $C_{do}^l$  representam a área do furo e o coeficiente de descarga na condição de regime estabilizado de operação (permanente), respectivamente. Em decorrência das hipóteses admitidas, o coeficiente de descarga  $C_{do}^l$ , o qual é uma função da razão  $\beta = d/D$  e do número de Reynolds característico associado ao regime permanente  $Re$  (isto é,  $C_{do}^l = \hat{C}_{do}^l(\beta, Re)$ ) pode ser obtido em diversas fontes. Com base na Eq. (A.16), a Eq. (A.15) pode ser reescrita como:

$$\Gamma_k = \frac{\rho_k^l}{Al_l} A_{ho} C_{do}^l \tau(t) \sqrt{2(p(x=x_l) - p_o) / \rho^l}, \text{ com } k \in \{L, G\}, \text{ tal que } \rho_L^l + \rho_G^l = \rho^l. \quad (\text{A.17})$$

Para melhor caracterizar o comprimento característico  $l_l$  que figura na Eq. (A.15) ou Eq. (A.17), inicialmente somam-se as duas primeiras expressões da Eq. (A.1) resultando:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = (\Gamma_G + \Gamma_L) \delta_x(\{x_l\}), \quad (\text{A.18})$$

na qual  $\rho = \alpha_G \rho_G + \alpha_L \rho_L$  é a massa específica da mistura e  $u = (\alpha_G \rho_G u_G + \alpha_L \rho_L u_L) / \rho$  a velocidade média da mistura. Multiplicando-se a Eq. (A.18) pela área de seção transversal do duto  $A$ , e em seguida integrando-se no espaço de  $x_l - d/2$  até  $x_l + d/2$  obtém-se:

$$A \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_l - d/2}^{x_l + d/2} \rho dx + [A\rho u]_{x=x_l + d/2} - [A\rho u]_{x=x_l - d/2} = -A \int_{x_l - d/2}^{x_l + d/2} (\Gamma_G + \Gamma_L) \delta_x(\{x_l\}) dx. \quad (\text{A.19})$$

Admitindo-se que o campo de massa específico é contínuo o teorema do valor médio pode ser empregado na integral do lado direito da igualdade, e as integrais que figuram na Eq. (A.19) podem ser expressas como:

$$\int_{x_l - d/2}^{x_l + d/2} \rho dx = \rho(\xi) d \quad \text{e} \quad \int_{x_l - d/2}^{x_l + d/2} (\Gamma_G + \Gamma_L) \delta_x(\{x_l\}) dx = (\Gamma_G + \Gamma_L) d. \quad (\text{A.20})$$

Finalmente, a substituição das Eq. (A.17) e (A.20) na Eq. (A.19) conduz a:

$$Ad \frac{\partial \rho(\xi)}{\partial t} + [A\rho u]_{x=x_l + d/2} - [A\rho u]_{x=x_l - d/2} = -Ad \frac{\rho^l}{Al_l} A_{ho} C_{do}^l \tau(t) \sqrt{2(p(x=x_l) - p_o) / \rho^l}. \quad (\text{A.21})$$

Para que a Eq. (A.21) retrate coerentemente o vazamento na condição limite em que  $d \rightarrow 0$ , é necessário que o seguinte resultado seja obtido:

$$[A\rho u]_{x=x_l^+} - [A\rho u]_{x=x_l^-} = -\rho^l A_{ho} C_{do}^l \tau(t) \sqrt{2(p(x=x_l) - p_o) / \rho^l}, \quad (\text{A.22})$$

o que implica em:

$$l_l = d. \quad (\text{A.23})$$

Considerando-se que

- a) o vazamento esteja localizado na célula do domínio computacional delimitada pelas posições espaciais  $x_{j-1/2} = (j-1)\Delta x$  e  $x_{j+1/2} = j\Delta x$  (com centro em  $x_j = (j-1/2)\Delta x$ ), ou seja,  $x_l \in (x_{j-1/2}, x_{j+1/2})$  para algum  $j \in \{1, \dots, N\}$  com naturalmente  $\Delta x > d$ ;
- b) o termo que representa o vazamento está em  $\mathbf{S}(\mathbf{W})$  o qual, no contexto do método FCT, é avaliado no instante de tempo  $t^n$  anterior a tempo corrente  $t^{n+1} = t^n + \Delta t^n$ ; então uma das possibilidades para aproximar os termos da Eq. (A.17) é:

$$[\Gamma_k]_j^n = \frac{[\alpha_k \rho_k]_j^n}{Ad} A_{ho} C_{do}^l \tau(t^{n+1}) \sqrt{2(p_j^n - p_o) / \rho_j^n}, \text{ com } k \in \{L, G\}. \quad (\text{A.24})$$

Note que, na aproximação acima todas as variáveis dependentes são avaliadas no instante de tempo  $t^n$ , exceto a função  $\tau(t^{n+1})$  que define a forma de abertura e fechamento. Além disso, como  $\rho_k^l = [\alpha_k \rho_k]_j^n$  e  $\rho^l = \rho_j^n$ , a restrição  $\rho_L^l + \rho_G^l = \rho^l$  é satisfeita visto que  $\rho_j^n = [\alpha_G \rho_G]_j^n + [\alpha_L \rho_L]_j^n$ .